



UNIVERSIDADE D  
COIMBRA

Inês Baptista Tenreiro da Cruz

**PREVISÃO DE DEFEITOS NA ESTAMPAGEM DE  
COMPONENTES CILÍNDRICOS**

**Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, área de  
Produção e Projeto orientada pela Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de  
Oliveira e pelo Professor Doutor Diogo Mariano Simões Neto e apresentada ao  
Departamento de Engenharia Mecânica, da Faculdade de Ciências e Tecnologia.**

Outubro de 2020



1 2



9 0

FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE  
COIMBRA

# **Previsão de Defeitos na Estampagem de Componentes Cilíndricos**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia  
Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

## **Defects Prediction in the Deep Drawing of Cylindrical Components**

**Autor**

**Inês Baptista Tenreiro da Cruz**

**Orientadores**

**Marta Cristina Cardoso de Oliveira**

**Diogo Mariano Simões Neto**

**Júri**

<b>Presidente</b>	<b>Professor Doutor Pedro André Dias Prates</b> <b>Professor Convidado da Universidade de Coimbra</b>
<b>Orientador</b>	<b>Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira</b> <b>Professora Associada da Universidade de Coimbra</b>
<b>Vogais</b>	<b>Professor Doutor Luís Filipe Martins Menezes</b> <b>Professor Catedrático da Universidade de Coimbra</b>

**Coimbra, Outubro, 2020**



Great things are done by a series of small things brought together.

Vincent van Gogh



## Agradecimentos

O trabalho que aqui se apresenta só foi possível graças à colaboração e apoio de algumas pessoas, às quais não posso deixar de prestar o meu reconhecimento.

À Professora Doutora Marta,  
pela orientação e motivação, por todo o conhecimento que me transmitiu e pela constante disponibilidade.

Aos meus pais e irmão,  
por acreditarem em mim e me encorajarem sempre a ser melhor.

Ao “Gangue”,  
pela amizade e companheirismo, pelos planos ridículos e risadas incontroláveis, pelas horas de almoço divertidas e saídas inéditas, pelos últimos cinco anos que não tinham sido nada sem vocês.

À Isa,  
pelos conselhos e ajuda, pelo carinho e disponibilidade, por uma amizade como não há mais nenhuma.

Ao Eduardo,  
pelo apoio e motivação, pelo amor e atenção, por ser o meu pilar e o meu porto seguro.

Esta dissertação foi realizada no âmbito do projeto “IfDamagElse: Modelling and numerical simulation of damage in metallic sheets: anisotropic behaviour and tension-compression asymmetry coupled approach for formability prediction” (PTDC/EME-EME/30592/2017), cofinanciados pela Fundação Portuguesa para a Ciência e Tecnologia (FCT) e pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER), através do Programa Operacional Competitividade e Internacionalização (POCI-01-0145-FEDER-030592 e UIDB/00285/2020).





## Resumo

O fabrico de recipientes metálicos (latas) para a distribuição de bebida é realizado com recurso a processos de conformação. O alumínio é um dos materiais mais utilizados no fabrico de latas devido às suas características de resistência à oxidação e, em particular, devido às vantagens associada à sua reciclagem. A análise com o auxílio do método dos elementos finitos é, hoje em dia, uma parte integrante no *design* e conceção do processo de fabrico deste tipo de latas, uma vez que permite a previsão de possíveis defeitos com custos muito menores do que envolvidos na análise experimental. No entanto, a ocorrência de defeitos associados à localização da deformação está intrinsecamente ligada às propriedades mecânicas do material, pelo que a sua previsão depende da capacidade que o modelo constitutivo adotado apresenta na sua descrição.

O presente trabalho tem como objetivo principal estudar a influência dos parâmetros do critério de plasticidade na previsão de defeitos, nomeadamente na formação de orelhas de estampagem e na localização da deformação. Neste contexto, foram selecionados dois casos de estudo que envolvem a produção de componentes cilíndricos. O primeiro caso corresponde ao *Benchmark 3* – "Previsão de defeitos após estampagem, estampagem inversa e expansão de uma taça", proposto no âmbito da conferência internacional NUMISHEET 2020. O segundo caso, considera apenas o processo de estampagem, mas permite a comparação com resultados experimentais.

O material utilizado foi, para ambos os casos de estudo, a liga de alumínio AA3104. No entanto, como foram utilizadas chapas de espessura diferentes foi necessário proceder a identificações distintas dos parâmetros do modelo constitutivo. Em ambos os casos, o encruamento isotrópico foi descrito pela lei de Swift e o comportamento ortotrópico pelo critério de plasticidade comumente designado por CPB06ex2. Todas as identificações foram realizadas com o programa académico DD3MAT e as simulações numéricas com o programa académico DD3IMP.

A análise de resultados considerou a evolução da força das várias ferramentas, bem como a distribuição de espessura da taça e o perfil de alturas. Para ambos os casos de estudo, foram analisadas as trajetórias de deformação e evolução das componentes do tensor

das tensões, no sistema de eixos material, para vários pontos localizados na zona da chapa inicialmente em contacto com o cerra-chapas. A análise dos estados de tensão para a fase de estampagem permite concluir que estes apresentam uma gama de triaxialidade entre  $-1/3$  e valores cada vez mais próximos de zero, com o parâmetro de Lode a variar de  $-1$  a valores próximos de zero. Os resultados obtidos foram muito semelhantes para os dois casos de estudo, tendo sido possível concluir que isto se deveria a uma semelhança da razão de tamanhos das matrizes e das chapas dos dois casos.

O presente trabalho permitiu confirmar a influência da tendência dos coeficientes de Lankford no número de orelhas de estampagem, bem como o impacto da amplitude de variação no plano das tensões à tração na magnitude das orelhas. Para além disso, permitiu realçar a influência da distribuição da tensão de corte na altura média da taça. A forte interação entre todos estes fatores, torna difícil prever o impacto dos parâmetros utilizados nas identificações dos critérios de plasticidade na previsão das orelhas.

**Palavras-chave:** Processos de conformação, Método dos elementos finitos, Taça cilíndrica, Previsão de orelhas, Critério de plasticidade.

## Abstract

The manufacture of metal containers (cans) is carried out through forming processes. Aluminum is one of the most used materials for can manufacturing due to its oxidation resistance and, in particular, due to the advantages associated with its recycling. Nowadays, the finite element analysis is an integral part in the design and conception of the manufacturing processes involved in producing this type of cans, since it allows for the prediction of possible defects, with much lesser costs than those involved in the experimental try-out. However, the occurrence of defects associated with strain localization is intrinsically linked to the material's mechanical properties, so its prediction depends on the ability that the adopted constitutive model presents in its description.

The main objective of the present work is to study the influence of the yield criteria parameters on the prediction of defects, namely the occurrence of earing after deep drawing and the strain localization. In this context, two case studies that involve the production of cylindrical components were selected. The first case corresponds to Benchmark 3 - "Failure prediction after cup drawing, reverse redrawing and expansion", proposed under the international conference NUMISHEET 2020. The second case considers only the deep drawing process but allows for the comparison with experimental results.

The material used was the AA3104 aluminum alloy, for both cases. However, since blanks with different thicknesses were used, it was necessary to proceed to different identifications of the constitutive model' parameters. In both cases, the isotropic hardening was described by the Swift law and the orthotropic behavior by the yield criterion commonly designated as CPB06ex2. All identifications were performed with DD3MAT in-house code and all numerical simulations with DD3IMP in-house code.

The result analysis considers the evolution of the force of the various tools, as well as the thickness distribution and height profile of the cup. For both case studies, the following variables were analyzed: strains paths and evolution of the stress tensor components, in the material axis system, for several points located in the blank zone initially in contact with the blank-holder. The analysis of the stress states for the drawing phase allowed concluding that these present a stress triaxiality range between  $-1/3$  and values

progressively closer to zero and that the Lode parameter varies from -1 to values close to zero. The results obtained were very similar for both case studies, due to a likeness in the size ratio between the matrixes and blanks of both cases.

The present work allowed confirming the influence of the Lankford coefficient tendency in the number of drawing ears, as well as the impact of the in-plane amplitude of variation of the uniaxial yield stresses in the ear magnitude. Furthermore, it highlighted the influence of the shear stress distribution in the average height of the cup. The strong interaction between all of these factors makes it difficult to predict the impact of the parameters used in the identification of the yield criteria in the earing prediction.

**Keywords** Forming processes, Finite element method, Cylindrical cup, Earing prediction, Yield criterion.

## Índice

Índice de Figuras .....	ix
Índice de Tabelas .....	xiii
SIMBOLOGIA E SIGLAS.....	xv
Simbologia.....	xv
Siglas .....	xvii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Enquadramento do Trabalho.....	1
1.2. Objetivos.....	3
1.3. Guia de Leitura .....	3
2. COMPORTAMENTO MECÂNICO DO MATERIAL .....	5
2.1. Leis de Encruamento Isotrópico .....	5
2.2. Critérios de Plasticidade .....	6
2.2.1. Critério de Hill'48 .....	7
2.2.2. Critério CB2001 .....	8
2.2.3. Critério CPB06ex2 .....	9
2.3. Identificação dos Parâmetros de Anisotropia .....	11
3. MODELO NUMÉRICO: BENCHMARK BM3 .....	15
3.1. Discretização da Chapa.....	15
3.1.1. Malha Refinada.....	16
3.1.2. Malha Grosseira.....	18
3.2. Descrição do Processo e Modelação das Ferramentas.....	18
3.2.1. Estampagem .....	18
3.2.1. Estampagem Inversa.....	19
3.2.2. Expansão.....	20
3.3. Comportamento Mecânico do Material .....	20
3.3.1. Lei de Encruamento Isotrópico.....	21
3.3.2. Critérios de Plasticidade .....	25
4. MODELO NUMÉRICO: ALCOA.....	33
4.1. Discretização da Chapa.....	33
4.1.1. Malha Refinada.....	33
4.1.2. Malha Grosseira.....	34
4.2. Descrição do Processo e Modelação das Ferramentas.....	35
4.2.1. Estampagem .....	35
4.3. Comportamento Mecânico do Material .....	36
4.3.1. Lei de Encruamento Isotrópico.....	38
4.3.2. Critérios de Plasticidade .....	40
5. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS.....	47
5.1. Primeiro caso de estudo: BM3 .....	47
5.1.1. Estampagem .....	47
5.1.2. Estampagem Inversa.....	51

5.1.3. Expansão .....	53
5.1.4. Trajetórias de deformação .....	56
5.2. Segundo caso de estudo: ALCOA .....	57
5.2.1. Trajetórias de deformação .....	60
5.3. Análise dos estados de tensão.....	61
5.4. Caso de estudo ALCOA: altura da taça.....	68
5.4.1. Força do cerra-chapas.....	69
5.4.2. Análise da influência dos parâmetros de anisotropia.....	69
5.4.3. Influência do coeficiente de atrito .....	77
6. CONCLUSÕES.....	79
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	83
ANEXO A.....	87
ANEXO B.....	93

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Exemplo de aplicação do método apresentado. ....	14
Figura 3.1. a) Divisão da chapa em duas zonas e respetivas dimensões; b) malha refinada; c) malha grosseira.....	16
Figura 3.2. Processo de Estampagem: (a) esquema (b) modelo.....	19
Figura 3.3. Processo de Estampagem Inversa: (a) esquema (b) modelo. ....	19
Figura 3.4. Processo de Expansão: (a) esquema (b) modelo. ....	20
Figura 3.5. Comparação das leis de plasticidade obtidas para diferentes valores de velocidade de deformação e da lei de Swift para a trajetória biaxial. ....	22
Figura 3.6. (a) Comparação da lei de Swift para as direções avaliadas em relação a RD. (b) Evolução do trabalho plástico em função da deformação plástica para as direções consideradas. ....	23
Figura 3.7. (a) Evolução da tensão limite de elasticidade no plano em função do trabalho plástico. (b) Evolução da tensão limite de elasticidade normalizada no plano em função do trabalho plástico.....	24
Figura 3.8. Comparação dos valores obtidos experimentalmente e previstos pelo critério Hill'48: (a) tensão à tração (b) valores de r (c) tensão de corte (d) valores biaxiais. ....	27
Figura 3.9. Comparação dos valores obtidos com o critério CB2001 com os dados: (a) tensão à tração (b) valores de r (c) tensão de corte (d) valores biaxiais.....	28
Figura 3.10. Influência do parâmetro a na previsão de: (a) tensão à tração (b) valores de r (c) tensão de corte (d) valores biaxiais.....	29
Figura 3.11. Comparação dos critérios obtidos para o caso BM3.....	30
Figura 3.12. Comparação dos critérios obtidos para o caso BM3 para desvios compreendidos entre 0 e 0,02.....	31
Figura 3.13. Comparação das superfícies de plasticidade para as identificações consideradas para o caso BM3. ....	32
Figura 4.1. a) Divisão da chapa em duas zonas e respetivas dimensões; b) malha refinada; c) malha grosseira.....	34
Figura 4.2. Processo de Estampagem: (a) esquema (b) modelo.....	35
Figura 4.3. Comparação das curvas tensão-deformação obtidas com ensaios de tração, a 0° com RD e com ensaios biaxiais, com a lei de Swift.....	39
Figura 4.4. Comparação dos valores de tensão limite de elasticidade dados pela lei de Swift e obtidos através do método de deformação fixa: (a) valores absolutos (b) valores normalizados. ....	40

Figura 4.5. Previsão correspondente às identificações realizadas para o critério CB2001 de: (a) tensão à tração (b) coeficiente de Lankford (c) tensão de corte (d) valores biaxiais. ....	41
Figura 4.6. Previsão correspondente às identificações realizadas para o critério CPB06ex2 para $r_{b1}$ de: (a) tensão à tração (b) coeficiente de Lankford (c) tensão de corte (d) valores biaxiais.....	43
Figura 4.7. Previsão correspondente às identificações realizadas para o critério CPB06ex2 para $r_{b2}$ de: (a) tensão à tração (b) coeficiente de Lankford (c) tensão de corte (d) valores biaxiais.....	44
Figura 4.8. Comparação dos critérios obtidos para o caso ALCOA $r_{b1}$ .....	45
Figura 4.9. Comparação dos critérios obtidos para o caso ALCOA $r_{b2}$ .....	46
Figura 4.10. Comparação das superfícies de plasticidade para as identificações consideradas para o caso ALCOA com: (a) $r_{b1}$ (b) $r_{b2}$ .....	46
Figura 5.1. Evolução da força total do punção 1 em função do deslocamento do mesmo para o critério CPB06ex2 com $a=8$ e $a=10$ .....	48
Figura 5.2. Evolução de (a) força total (b) deslocamento do cerra-chapas 1 para o critério CPB06ex2 com $a=8$ e $a=10$ . ....	48
Figura 5.3. Distribuição da deformação na direção da espessura após o processo de estampagem: (a) $a=8$ (b) $a=10$ (vista interior da taça).....	49
Figura 5.4. (a) Variação da espessura durante a fase de estampagem para o critério CPB06ex2 com $a=10$ (b) Altura da taça após estampagem para o critério CPB06ex2 com $a=8$ e $a=10$ . ....	50
Figura 5.5. Evolução da força total do punção 2 em função do deslocamento do mesmo para o critério CPB06ex2 com $a=8$ e $a=10$ .....	51
Figura 5.6. Evolução de (a) força total (b) deslocamento do cerra-chapas 2 para o critério CPB06ex2 com $a=8$ e $a=10$ . ....	52
Figura 5.7. Distribuição da deformação na direção da espessura após o processo de estampagem inversa: (a) $a=8$ (b) $a=10$ (vista interior da taça). ....	53
Figura 5.8. (a) Variação da espessura durante a fase de estampagem inversas para o critério CPB06ex2 com $a=10$ (b) Altura da taça após estampagem inversa para o critério CPB06ex2 com $a=8$ e $a=10$ . ....	53
Figura 5.9. Evolução da força total do punção de expansão em função do deslocamento do mesmo para o critério CPB06ex2 com $a=8$ e $a=10$ . ....	54
Figura 5.10. Deformação na direção da espessura após expansão e sinalização da ocorrência de possível estiramento: (a) $a=8$ (b) $a=10$ .....	55
Figura 5.11. (a) Variação da espessura durante a fase de expansão para o critério CPB06ex2 com $a=10$ (b) Altura da taça após expansão para o critério CPB06ex2 com $a=8$ e $a=10$ .....	55
Figura 5.12. Ilustração do fenómeno verificado com a utilização da malha mais grosseira durante a fase de estampagem inversa. ....	56



Figura 5.13. Trajetórias de deformação para a identificação do critério CPB06ex2 com $a=10$ para os pontos situados na superfície livre da chapa. Os declives ditados pelos coeficientes de Lankford para a trajetória de compressão correspondem às retas a tracejado. ....	57
Figura 5.14. Evolução de (a) força total do punção (b) força total do cerra-chapas 2 em função do deslocamento do punção para as identificações realizadas para o critério CPB06ex2 com $a=8$ e $r_{b1}$ e $r_{b2}$ . ....	58
Figura 5.15. (a) Evolução do deslocamento do cerra-chapas para as identificações realizadas para o critério CPB06ex2 com $a=8$ e $r_{b1}$ e $r_{b2}$ (b) Variação da espessura durante a fase de estampagem para o caso ALCOA. ....	59
Figura 5.16. Deformação ao longo da espessura após o processo de estampagem para: (a) $r_{b1}$ (b) $r_{b2}$ (vista exterior da taça). ....	60
Figura 5.17. Trajetórias de deformação para a identificação do critério CPB06ex2 com $a=8$ para os pontos situados na superfície livre da chapa. Os declives ditados pelos coeficientes de Lankford para a trajetória de compressão correspondem às retas a tracejado. ....	60
Figura 5.18. Estados de tensão obtidos com o critério CPB06ex2 com $a=10$ durante a fase de: (a) Estampagem (b) Estampagem Inversa (c) Expansão. ....	63
Figura 5.19. Representação das superfícies de plasticidade obtidas com o critério CPB06ex2 e $a=10$ considerando os pontos na superfície livre da chapa para a fase de: (a) Estampagem (b) Estampagem Inversa (c) Expansão. ....	64
Figura 5.20. Estados de tensão durante a fase de estampagem do caso BM3 para pontos a: (a) 0 (b) 4 (c) 8 (d) 12 (e) 16 (f) 20 mm do bordo da chapa. ....	65
Figura 5.21. Estados de tensão durante a fase de estampagem do caso ALCOA para pontos a: (a) 0 (b) 2 (c) 6 (d) 8 (e) 10 (f) 12 mm do bordo da chapa. ....	67
Figura 5.22. Superfícies de plasticidade do caso: BM3 obtidas para a identificação com (a) $a=8$ (b) $a=10$ ; e do caso ALCOA para a identificação com $a=8$ . ....	68
Figura 5.23. Evolução da força do cerra-chapas em função do deslocamento do punção: comparação entre resultados experimentais e numéricos. ....	69
Figura 5.24. Previsão correspondente às identificações $a=8_{rb1}$ , $a=8_{rb2}$ , $a=8_{s45=s90=20}$ , $a=8_{s45=s90=20_r90=5}$ , $a=8_{cf=0.1}$ , $a=8_{s45_s90=20_r=0.25_{ns}}$ e $a=8_{s30=30_r=0.25_{ns}_{ws}}$ de: (a) altura relativa da taça (b) altura da taça. ....	70
Figura 5.25. Previsão correspondente às identificações $a=8_{rb1}$ , $a=8_{rb2}$ , $a=8_{s45=s90=20}$ e $a=8_{s45=s90=20_r90=5}$ de: (a) tensão à tração (b) coeficiente de Lankford (c) tensão de corte (d) valores biaxiais. ....	71
Figura 5.26. Comparação das tensões à tração experimentais identificadas com base numa deformação ou num valor de trabalho plástico de referência. ....	72
Figura 5.27. Comparação das previsões obtidas para as identificações ns em que se considerou a alteração dos pesos dos coeficientes de Lankford: (a) tensões à tração (b) coeficientes de Lankford. ....	73

Figura 5.28. Comparação das previsões obtidas para as identificações NS em que se considerou a alteração dos pesos da tensão à tração a 45° e 90°: (a) tensões à tração (b) coeficientes de Lankford. ....	74
Figura 5.29. Previsão correspondente às identificações a=8_s45_s90=20_r=0.25_ns e a=8_s30=30_r=0.25_ns_ws de: (a) tensão à tração (b) coeficiente de Lankford (c) tensão de corte (d) valores biaxiais. ....	74
Figura 5.30. Comparação das previsões obtidas para as identificações ns_ws em que se considerou a alteração dos pesos dos coeficientes de Lankford: (a) tensões à tração (b) coeficientes de Lankford. ....	75
Figura 5.31. Comparação das previsões obtidas para as identificações ns_ws em que se considerou a alteração do peso da tensão a 30°: (a) tensões à tração (b) coeficientes de Lankford. ....	76
Figura 5.32. Erro relativo calculado para as identificações indicadas em relação à identificação rb1: (a) tensões (b) valores de r. ....	77
Figura 5.33. Erro relativo da altura da taça calculado para as identificações indicadas em relação à identificação a=8_rb1. ....	77
Figura 5.34. Comparação da evolução da força do punção em função do deslocamento do mesmo para todas as simulações. ....	78
Figura A.1. Caso de estudo BM3 - Punção 1: (a) esquema (b) modelo. ....	87
Figura A.2. Caso de estudo BM3 - Cerra-chapas 1: (a) esquema (b) modelo. ....	87
Figura A.3. Caso de estudo BM3 - Matriz 1: (a) esquema (b) modelo. ....	88
Figura A.4. Caso de estudo BM3 - Punção 2: (a) esquema (b) modelo. ....	88
Figura A.5. Caso de estudo BM3 - Cerra-chapas 2: (a) esquema (b) modelo. ....	89
Figura A.6. Caso de estudo BM3 - Punção de Expansão: (a) esquema (b) modelo. ....	89
Figura A.7. Caso de estudo BM3 - Suporte: (a) esquema (b) modelo. ....	90
Figura A.8. Caso de estudo ALCOA - Punção: (a) esquema (b) modelo. ....	90
Figura A.9. Caso de estudo ALCOA - Cerra-chapas: (a) esquema (b) modelo. ....	91
Figura A.10. Caso de estudo ALCOA - Matriz: (a) esquema (b) modelo. ....	91

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1. Resultados dos ensaios de expansão biaxial ( <i>bulge</i> ) (Dick et al., 2020). .....	21
Tabela 3.2. Sumário dos resultados dos testes de tração e de compressão de disco (Dick et al., 2020). .....	21
Tabela 3.3. Parâmetros da lei de Swift utilizada no BM3. ....	25
Tabela 3.4. Parâmetros de <i>input</i> para o DD3MAT para o caso BM3. ....	25
Tabela 3.5. Parâmetros para o critério Hill'48 (retirado de Dick et al., 2020). ....	26
Tabela 4.1. Parâmetros da Lei de Swift (Amaral, Leitão, Oliveira, Santos, Simões & Vincze, 2019). ....	37
Tabela 4.2. Valores de tensão biaxial obtidas para as três amostras consideradas (Amaral, Leitão, Oliveira, Santos, Simões & Vincze, 2019). ....	37
Tabela 4.3. Deformações obtidas da compressão de: (a) um disco circular (b) cinco discos circulares empilhados (Amaral, Leitão, Oliveira, Santos, Simões & Vincze, 2019). ....	37
Tabela 4.4. Variação da razão entre a tensão limite elasticidade de corte e a tensão limite de elasticidade de tração segundo RD e variação tensão limite elasticidade de corte calculada. ....	38
Tabela 4.5. Variação da tensão limite de elasticidade inicial, respetiva normalização e desvio-padrão utilizando o método da deformação fixa (Amaral, Leitão, Oliveira, Santos, Simões & Vincze, 2019). ....	39
Tabela 4.6. Parâmetros de <i>input</i> para a identificação dos critérios de plasticidade para o caso ALCOA. ....	40
Tabela 5.1. Valores de tensão utilizados nas identificações com a designação ns. ....	72
Tabela B.1. Parâmetros de anisotropia para a identificação realizada para o critério CB2001 (BM3). ....	93
Tabela B.2. Parâmetros de anisotropia para o critério CPB06e2 com $a=8$ (BM3). ....	93
Tabela B.3. Parâmetros de anisotropia para o critério CPB06e2 com $a=10$ (BM3). ....	93
Tabela B.4. Parâmetros de anisotropia para a identificação realizada para o critério CB2001 para $r_{b1}$ (ALCOA). ....	94
Tabela B.5. Parâmetros de anisotropia para a identificação realizada para o critério CB2001 para $r_{b2}$ (ALCOA). ....	94
Tabela B.6. Parâmetros de anisotropia para o critério CPB06ex2 com $a=8$ $r_{b1}$ . ....	94
Tabela B.7. Parâmetros de anisotropia de todas as identificações consideradas na secção 5.4. ....	95



## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia

$\alpha$  – Ângulo de curvatura;

$\Delta_{\text{exp}}$  – Desvio da lei de plasticidade associada;

$\bar{\varepsilon}^p$  – Deformação plástica equivalente;

$\varepsilon_0$  – Parâmetro do material;

$\theta$  – Ângulo medido a partir de RD;

$\mu$  – Coeficiente de atrito;

$\sigma_{ij}, i, j = x, y, z$  – Componentes do tensor das tensões de Cauchy;

$\sigma_T$  – Tensão limite de elasticidade uniaxial à tração;

$\sigma_C$  – Tensão limite de elasticidade uniaxial à compressão;

$\sigma_\theta$  – Tensão limite de elasticidade segundo a direção  $\theta$  em relação a RD;

$\sigma_b$  – Tensão limite de elasticidade para uma trajetória equibiaxial de tensão;

$\bar{\sigma}(\mathbf{s}_{\text{exp}})$  – Tensão calculada a partir do critério de plasticidade a avaliar;

$\sigma_R(\bar{\varepsilon}^p)$  – Tensão de referência;

$\bar{\sigma}$  – Tensão equivalente;

$\boldsymbol{\sigma}$  – Tensor das tensões de Cauchy;

$\Sigma_i$  – Valores próprios do tenso  $\boldsymbol{\Sigma}$ ;

$\boldsymbol{\Sigma}$  – Tensor da componente desviadora da tensão  $\mathbf{S}$  resultante da primeira transformação;

$\boldsymbol{\Sigma}'$  - Tensor da componente desviadora da tensão  $\mathbf{S}$  resultante da segunda transformação;

$\tau_\theta$  – Tensões limite de elasticidade ao corte segundo a direção  $\theta$  em relação a RD;

$\Phi_{\text{exp}}$  – Desvio entre a tensão calculada e o valor de referência;

$a_1, \dots, a_6$  – Parâmetros de anisotropia do critério CB2001;

$a$  e  $k$  – Parâmetros de anisotropia do critério COB06ex2;

$b_1, \dots, b_{11}$  – Parâmetros de anisotropia do critério CB2001;

- $c$  – Parâmetro de anisotropia do critério CB2001;
- $d\hat{\epsilon}^P$  – Incremento de deformação plástica calculado;
- $d\hat{\epsilon}_R^P$  – Incremento de deformação plástica de referência;
- $d\bar{\epsilon}^P$  – Incremento de deformação plástica equivalente;
- $dW_i^P$  – Incremento de trabalho plástico;
- $l_{\text{circunferencial}}, l_{\text{radial}}$  – Tamanho de elemento segundo a direção circunferencial e radial;
- $n_{\text{circunferencial}}, n_{\text{radial}}$  – Número de elementos segundo a direção circunferencial e radial;
- $n$  – Coeficiente de encruamento (Lei de Swift);
- $r_\theta$  – Coeficientes de anisotropia segundo a direção  $\theta$  em relação a RD;
- $r_b$  – Coeficiente que estabelece a relação entre as deformações principais no plano da chapa obtido para uma trajetória equibiaxial de tensão;
- $r_c$  – Menor raio de curvatura das ferramentas do processo de estampagem onde ocorre escoamento de material;
- $r_p$  – Raio do punção de estampagem inversa;
- $s_R$  – Tensor da componente desviadora do estado de tensão de referência;
- $s$  – Tensor da componente desviador de um estado de tensão;
- $w$  – Peso associado a cada parâmetro da função objetivo;
- $A, B, C, C_Y, Y_0$  e  $Y_{SAT}$  – Parâmetros do material;
- $A$  – Conjunto de parâmetros de anisotropia;
- $C$  – Tensor de quarta ordem que define os parâmetros de anisotropia do critério CPB06 e CPB06ex2;
- $C'$  – Tensor de quarta ordem que define os parâmetros de anisotropia do critério CPB06ex2;
- $F_{\text{obj}}$  – Função objetivo;
- $F, G, H, L, M$  e  $N$  – Parâmetros característicos do comportamento do material (Critério de Hill'48);
- $J_2$  e  $J_3$  – Segundo e o terceiro invariantes da componente desviadora do tensor das tensões de Cauchy;
- $J_2^0$  e  $J_3^0$  – Generalizações às condições de ortotropia de  $J_2$  e  $J_3$ ;

---

$K$  – Parâmetro do material (Lei de Swift);  
 $O$ ,  $P$  e  $Q$  – Tensões limite de elasticidade à tração nas direções principais de anisotropia (Critério de Hill'48);  
 $R_{Zona 1}$ ,  $R_{Zona 2}$  – Raio das zonas da chapa.  
 $R$ ,  $S$  e  $T$  – Tensões limite de elasticidade ao corte definidas em relação eixos de anisotropia (Critério de Hill'48);  
 $S_i$  – Valores próprios do tensor desviador da tensão  $\mathbf{S}$   
 $\mathbf{S}$  – Componente desviadora do tensor das tensões de Cauchy;  
 $Y$  - Tensão limite de elasticidade.

## Siglas

3D – Três dimensões;  
AA3104 – Liga de alumínio 3104;  
AMEF – Análise pelo método dos elementos finitos;  
CB2001 – Critério de plasticidade de Cazacu e Barlat, 2001;  
CCC – Estrutura cúbica de corpo centrado;  
CFC – Estrutura cúbica de faces centradas;  
CPB06 – Critério de plasticidade de Cazacu, Plunkett e Barlat, 2006;  
CPB06ex2 – Critério de plasticidade de Plunkett, Cazacu e Barlat, 2008;  
DD3IMP – Deep drawing 3D implicit;  
DD3MAT – Deep drawing 3D materials;  
Hill'48 – Critério de plasticidade de Hill, 1948;  
RD – Direção de laminagem;  
TD – Direção transversa.





## 1. INTRODUÇÃO

A lata metálica para distribuição de bebidas é um produto complexo cuja produção é realizada através de múltiplos processos de conformação. Por ano, são produzidos milhares de milhões de latas de bebida, que têm de ser apelativas a nível do mercado, e sobretudo devem apresentar um ciclo de vida sustentável. Na sua grande maioria, o material de eleição para o fabrico deste produto é o alumínio devido a este ser leve, possuir uma elevada razão resistência/massa, ser de fácil fabrico, e sobretudo a sua reciclagem é muito interessante do ponto de vista económico. Neste contexto, a reciclagem de latas de alumínio é considerada um exemplo no desenvolvimento de produtos sustentáveis.

A introdução da lata de bebida metálica no mercado trouxe várias vantagens a nível de transporte e armazenamento, devido ao tamanho mais compacto e ao peso inferior em relação à garrafa de vidro. Desde então, foi feito um enorme progresso ao nível da redução do seu peso (The International Aluminium Institute, 2018). Inicialmente, a conceção do processo de fabrico destes produtos foi realizada com recurso ao método de tentativa-e-erro que levava a um desperdício não só de tempo, mas também de material. Atualmente, o recurso à análise pelo método dos elementos finitos não-linear é um componente integral no processo de conceção do fabrico, permitindo uma abordagem mais científica ao *design* e análise de produtos obtidos a partir de chapa metálica finas e contribuindo para a otimização do seu peso. Isto requer que a análise numérica permita prever com precisão os defeitos que ocorrem durante a produção de latas metálicas de forma a este poderem ser evitados.

### 1.1. Enquadramento do Trabalho

A avaliação da qualidade de resultados obtidos com recurso à análise pelo método dos elementos finitos (AMEF) é usualmente realizada com recurso à comparação com outros resultados numéricos e com os experimentais. Neste âmbito destaca-se a série de conferências internacionais na área da simulação numérica de processos de conformação plástica de chapas metálicas, NUMISHEET, que promovem a realização de casos de estudos (*benchmarks*) na área da estampagem.

O presente trabalho considera dois casos de estudo, que envolvem a conformação de componentes cilíndricos. O primeiro corresponde a um dos *benchmarks*

proposto no âmbito da conferência NUMISHEET 2020, designado BM3 – "Previsão de defeitos após estampagem, estampagem inversa e expansão de uma taça" (Dick et al., 2020). Este caso de estudo foi inicialmente proposto em Dick, 2017 e, de acordo com a descrição apresentada, o objetivo é avaliar a capacidade de previsão da localização da deformação, e consequente fratura, num componente sujeito a trajetórias de deformação complexa, não lineares. Neste contexto, o exemplo contempla o processo de estampagem, a estampagem inversa e a expansão de uma taça cilíndrica. Os resultados a reportar pelos participantes incluem o deslocamento do punção de expansão para o qual ocorre a fratura e a sua localização no componente. O comité organizador forneceu as informações relativas às condições dos vários processos de conformação e ao comportamento mecânico do material utilizado, nomeadamente a informação necessária para caracterizar o comportamento ortotrópico e o encruamento isotrópico e cinemático. Devido aos constrangimentos impostos pela pandemia causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, a realização da conferência NUMISHEET 2020 foi adiada, o que impossibilita a comparação com os resultados experimentais.

O segundo caso de estudo é baseado também num exemplo descrito em Dick, 2017, cujo objetivo é o estudo do efeito imposto pelo estiramento (*ironing*) na amplitude e frequência das orelhas de estampagem de uma taça cilíndrica e a previsão da ocorrência de rugas (*wrinkling*). O processo completo envolve uma estampagem seguida de um processo de *ironing*, em que a taça passa por três anéis com diâmetros sucessivamente menores, de modo a reduzir a sua espessura. Após a estampagem e *ironing*, a forma final da base da lata é obtida numa operação de estampagem, em que o punção empurra a taça de encontro à matriz de *doming*, o que pode gerar a ocorrência de rugas. No entanto, o estudo realizado no âmbito deste trabalho focar-se-á apenas na simulação da primeira operação de estampagem, tendo por base a geometria das ferramentas reportadas em Dick, 2017. A caracterização do comportamento mecânico do material envolveu a realização de ensaios experimentais cujos resultados são reportados em Amaral, Leitão, Oliveira, Santos, Simões & Vincze (2019).

Este trabalho enquadra-se no contínuo desenvolvimento de metodologias de identificações de parâmetros modelos constitutivos, com vista a melhorar a previsão de defeitos em processos de estampagem. Neste contexto, todas as identificações de parâmetros de anisotropia foram realizadas com o programa DD3MAT e as simulações numéricas do

processo de estampagem com o programa DD3IMP, numa máquina com um processador Intel(R) Core(TM) i7-8700K CPU @ 3.70 GHz.

## **1.2. Objetivos**

O presente trabalho teve como foco principal a previsão de defeitos na estampagem de um componente cilíndrico, nomeadamente a formação de orelhas e a localização da deformação. Em particular, foi analisada em detalhe a influência dos parâmetros do critério de plasticidade na amplitude e frequência das orelhas de estampagem. Ambos os casos de estudo mencionados contribuíram para este objetivo, sendo que para o primeiro caso foi feita a análise do comportamento de uma chapa metálica quando sujeita a um processo de estampagem, estampagem inversa e expansão, com base em dois conjuntos de parâmetros obtidos para o mesmo critério de plasticidade. Para o segundo caso de estudo, foram determinados diferentes conjuntos de parâmetros, que conduzem a pequenas alterações na distribuição do coeficiente de anisotropia e da tensão limite de elasticidade no plano da chapa. Neste caso, procurou-se avaliar a sensibilidade da previsão das orelhas a estas pequenas alterações.

## **1.3. Guia de Leitura**

Apresenta-se de seguida a estrutura desta tese bem como um sumário breve de cada capítulo:

Capítulo 1: breve introdução ao enquadramento, motivação e objetivos do trabalho.

Capítulo 2: breve introdução aos conceitos mais importantes para caracterizar o comportamento mecânico de um material metálico, nomeadamente o recurso a leis de encruamento isotrópico e critérios de plasticidade, bem como métodos de comparação dos últimos.

Capítulo 3: descrição de aspetos relevantes ao primeiro caso de estudo, denominado BM3, como discretização da chapa, descrição do processo e das ferramentas e caracterização do comportamento do material.

Capítulo 4: idêntico ao Capítulo 3 sendo este referente ao segundo caso de estudo, denominado ALCOA.

Capítulo 5: análise e discussão de resultados obtidos para os dois casos de estudo.

Capítulo 6: resumo das conclusões retiradas do trabalho realizado.

## 2. COMPORTAMENTO MECÂNICO DO MATERIAL

A caracterização do comportamento mecânico do material metálico tem uma enorme importância na análise de processos de conformação. Esta caracterização pode ser realizada a partir de modelos fenomenológicos ou modelos baseados na textura cristalográfica do material. No presente caso foi utilizado um modelo fenomenológico, que assume que o comportamento mecânico do material é corretamente descrito por uma superfície de plasticidade que evolui com a deformação plástica (Alves, 2003). A utilização deste tipo de modelos requer a definição de uma lei de encruamento, um critério de plasticidade e uma lei de escoamento. A lei de escoamento associada é adotada em todos os modelos. Esta assume que a superfície de plasticidade define também o potencial plástico, pelo que o incremento da deformação plástica é sempre normal à superfície de plasticidade (Lee et al., 2012). Para o presente trabalho foram consideradas apenas leis de encruamento isotrópico, cuja descrição é apresentada na seção seguinte. Também será feita uma descrição dos critérios de plasticidade considerados, bem como, do procedimento adotado para a identificação dos parâmetros. Neste contexto, descreve-se o método utilizado para avaliar cada uma das identificações realizadas bem como um método utilizado para realizar a sua comparação.

### 2.1. Leis de Encruamento Isotrópico

O encruamento isotrópico é utilizado para descrever a relação entre a tensão e a deformação plástica quando o material é sujeito a uma carga monotónica. Este assume que a superfície de plasticidade inicial expande uniformemente sem translação ou distorção (Lee et al., 2012). O modelo de encruamento isotrópico não tem em conta o efeito de Bauschinger, associado à redução da tensão limite de elasticidade após inversão da trajetória de deformação (Xiang & Vlassak, 2005).

Neste trabalho são consideradas duas leis para descrever o encruamento isotrópico: a lei de Swift (Swift, 1947), que descreve bem o comportamento de materiais com encruamento isotrópico sem saturação, como o aço, e a lei de Voce (Voce, 1948), que descreve melhor o comportamento de materiais com encruamento isotrópico com saturação,

como é em geral observado para as ligas de alumínio (Carvalho, 2016). A lei de Swift é dada por:

$$Y_{Swift} = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n, \quad (2.1)$$

onde  $Y$  é a tensão limite de elasticidade,  $\bar{\varepsilon}^p$  é a deformação plástica equivalente,  $K$  e  $\varepsilon_0$  são parâmetros do material e  $n$  é o coeficiente de encruamento.

A lei de Voce pode ser dada por:

$$Y_{Voce} = A - B \cdot e^{-C\bar{\varepsilon}^p}, \quad (2.2)$$

ou por:

$$Y_{Voce} = Y_0 + (Y_{SAT} - Y_0) \cdot (1 - e^{-C_Y\bar{\varepsilon}^p}), \quad (2.3)$$

onde  $A$ ,  $B$  e  $C$  são parâmetros do material;  $A = Y_0$ ,  $B = Y_{SAT} - Y_0$  e  $C = C_Y$ .

## 2.2. Critérios de Plasticidade

Um critério de plasticidade representa uma superfície que separa a região elástica da plástica, no espaço das tensões (Lademo et al., 1999), pelo que define o limite de elasticidade do material. A escolha do critério de plasticidade está relacionada diretamente com o comportamento do material a ser modelado, bem como com a precisão e o tempo computacional requeridos (Barros, 2017).

Neste trabalho, foram considerados 3 critérios: um proposto por Hill (1948), que será designado Hill'48; outro sugerido por Cazacu & Barlat (2001), designado CB2001; e o último introduzido por Plunkett et al. (2008), cuja designação adotada é CPB06ex2. Importa referir que o comité organizador do *benchmark* forneceu os parâmetros de anisotropia identificados para: (i) o critério de Hill'48, identificados com base na distribuição da tensão ou dos coeficientes de Lankford, no plano; (ii) o critério proposto por Barlat et al. (2003), designado por YLD2000-2D; e (iii) o critério introduzido por Barlat et al. (2005), referido como YLD2004-18P. O critério de YLD2000-2D assume um estado plano de tensão, pelo que não é adequado quando se utilizam elementos sólidos para discretizar a chapa. O critério de YLD2004-18P não está implementado no DD3IMP.

### 2.2.1. Critério de Hill'48

O critério de Hill'48 é definido no sistema de ortotropia ( $Oxyz$ ) por:

$$F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 = Y^2, \quad (2.4)$$

onde  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $L$ ,  $M$  e  $N$  são parâmetros característicos do comportamento do material. Os três primeiros parâmetros podem ser calculados através de:

$$\begin{cases} \frac{1}{O^2} = G + H \\ \frac{1}{P^2} = H + F, \\ \frac{1}{Q^2} = F + G \end{cases} \quad (2.5)$$

sendo  $O$ ,  $P$  e  $Q$  as tensões limite de elasticidade à tração nas direções principais de anisotropia. Os três últimos parâmetros podem ser calculados através de:

$$2L = \frac{1}{R^2}, \quad 2M = \frac{1}{S^2}, \quad 2N = \frac{1}{T^2}, \quad (2.6)$$

sendo  $R$ ,  $S$  e  $T$  as tensões limite de elasticidade ao corte, definidas em relação eixos de anisotropia (Hill, 1948). O coeficiente  $N$  pode em alternativa ser determinado em função da tensão obtida a partir de um ensaio de tração realizado com o provete orientado a  $45^\circ$  com a RD.

No entanto, é de notar que é muito difícil executar testes que permitam a identificação dos parâmetros de anisotropia que envolvem componentes de corte exteriores ao plano, como sejam  $L$  e  $M$ . Desta forma, é comum considerar ou o valor isotrópico destes dois parâmetros ( $L = M = 1,5$ ) ou o mesmo valor nos três ( $L = M = N$ ).

A utilização de uma lei de plasticidade associada confere um duplo carácter à superfície de plasticidade, pelo que os parâmetros do critério podem também ser determinados com base nos coeficientes de anisotropia através de:

$$F = \frac{H}{r_0}, \quad G = \frac{1}{1+r_0}, \quad H = r_0 G, \quad N = \frac{1}{2} \frac{(r_0+r_{90})(2r_{45}+1)}{r_{90}(1+r_0)}, \quad (2.7)$$

sendo  $r_0$ ,  $r_{45}$  e  $r_{90}$  os coeficientes de anisotropia avaliados com o auxílio do ensaio de tração, realizado com o provete orientado a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  em relação à direção de laminagem (RD-rolling direction). Importa referir que as relações apresentadas na equação (2.7) assumem a condição  $G + H = 1$ , pelo que a lei de encruamento descreve a tensão limite de elasticidade obtida a partir do ensaio de tração realizado com o provete orientado a  $0^\circ$  com RD.

Em resumo, quando aplicado a chapas metálicas, este critério de plasticidade apresenta apenas 4 parâmetros de anisotropia ( $F$ ,  $G$ ,  $H$  e  $N$ ), sendo dos três utilizados, o menos flexível.

### 2.2.2. Critério CB2001

O critério CB2001 é conhecido por descrever com precisão a resposta plástica de chapas de ligas de alumínio por apresentar um número elevado de parâmetros de anisotropia o que o torna bastante flexível. Este critério é uma generalização do critério isotrópico de Drucker à ortotropia, sendo que este último é dado por:

$$Y = [27 \cdot (J_2^3 - cJ_3^2)]^{1/6}, \quad (2.8)$$

onde  $c$  é um parâmetro de anisotropia e  $J_2$  e  $J_3$  são o segundo e o terceiro invariantes da componente desviadora  $\mathbf{S}$  do tensor das tensões de Cauchy  $\boldsymbol{\sigma}$ , respetivamente.

De forma a estender à ortotropia o critério isotrópico de Drucker, substitui-se  $J_2$  e  $J_3$  por  $J_2^0$  e  $J_3^0$ , respetivamente, tal que:

$$Y = \left\{ 27 \cdot \left[ (J_2^0)^3 - (cJ_3^0)^2 \right] \right\}^{1/6}, \quad (2.9)$$

sendo  $J_2^0$  e  $J_3^0$  as generalizações às condições de ortotropia de  $J_2$  e  $J_3$ . Estas são dadas, respetivamente, por:

$$J_2^0 = \frac{a_1}{6} (\sigma_x - \sigma_y)^2 + \frac{a_2}{6} (\sigma_y - \sigma_z)^2 + \frac{a_3}{6} (\sigma_x - \sigma_z)^2 + a_4 \sigma_{xy}^2 + a_5 \sigma_{xz}^2 + a_6 \sigma_{yz}^2 \quad (2.10)$$

e por:

$$\begin{aligned} J_3^0 = & \frac{1}{27} (b_1 - b_2) \sigma_x^3 + \frac{1}{27} (b_3 - b_4) \sigma_y^3 + \frac{1}{27} [2(b_1 - b_4) - b_2 - b_3] \sigma_z^3 \\ & - \frac{1}{9} (b_1 \sigma_y - b_2 \sigma_z) \sigma_x^2 - \frac{1}{9} (b_3 \sigma_z - b_4 \sigma_x) \sigma_y^2 \\ & - \frac{1}{9} [(b_1 - b_2 + b_4) \sigma_x + (b_1 - b_3 + b_4) \sigma_y] \sigma_z^2 + \frac{2}{9} (b_1 - b_4) \sigma_x \sigma_z \sigma_y \\ & - \frac{\sigma_{xz}^2}{3} [2b_9 \sigma_y - b_8 \sigma_z - (2b_9 - b_8) \sigma_x] \\ & - \frac{\sigma_{xy}^2}{3} [2b_{10} \sigma_z - b_5 \sigma_y - (2b_{10} - b_5) \sigma_x] \\ & - \frac{\sigma_{yz}^2}{3} [(b_6 + b_7) \sigma_x - b_6 \sigma_y - b_7 \sigma_z] + 2b_{11} \sigma_{xy} \sigma_{xz} \sigma_{yz}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Assim, o critério CB2001 tem 18 parâmetros de anisotropia. No entanto, para chapas metálicas é difícil de avaliar os parâmetros  $a_5$ ,  $a_6$  e  $b_k$  ( $k = 6, 7, 8, 9$  e  $11$ ), pelo que em geral são utilizados os seus valores isotrópicos, i.e. 1.0. Desta forma, o critério reduz-se a 11 parâmetros de anisotropia ( $a_k$  ( $k = 1, \dots, 4$  e  $11$ );  $b_k$  ( $k = 1, \dots, 5$  e  $10$ ) e  $c$ ). Importa referir que não é possível estabelecer as condições que garantem a convexidade da superfície limite de elasticidade definida por este critério. Assim, o procedimento de identificação deve incluir a verificação desta condição.



### 2.2.3. Critério CPB06ex2

O critério CPB06ex2 baseia-se na versão ortotrópica do critério CPB06 (Cazacu et al., 2006) que é definido como:

$$F = \phi(\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3) = (|\Sigma_1| - k\Sigma_1)^a + (|\Sigma_2| - k\Sigma_2)^a + (|\Sigma_3| - k\Sigma_3)^a. \quad (2.12)$$

O critério CPB06 visa alargar à ortotropia a versão isotrópica do mesmo critério, que é dada por:

$$F = \phi(S_1, S_2, S_3) = (|S_1| - kS_1)^a + (|S_2| - kS_2)^a + (|S_3| - kS_3)^a, \quad (2.13)$$

onde  $S_i$  são os valores próprios do tensor desviador da tensão  $\mathbf{S}$  e apenas  $a$  e  $k$  são parâmetros de anisotropia. O expoente  $a$  define o grau de homogeneidade da função, e é possível demonstrar a convexidade da função para  $a \geq 2$ . Para materiais isotrópicos, o parâmetro  $k$  estabelece a assimetria entre a tensão limite de elasticidade à tração e à compressão. Nestas condições, para um determinado valor fixo de  $a$ , pode ser expresso como:

$$k = \frac{1 - \left\{ \frac{2^a - 2 \cdot (\sigma_T/\sigma_C)^a}{(2 \cdot \sigma_T/\sigma_C)^a - 2} \right\}^{\frac{1}{a}}}{1 + \left\{ \frac{2^a - 2 \cdot (\sigma_T/\sigma_C)^a}{(2 \cdot \sigma_T/\sigma_C)^a - 2} \right\}^{\frac{1}{a}}}, \quad (2.14)$$

sendo  $\sigma_T$  a tensão limite de elasticidade uniaxial à tração e  $\sigma_C$  a tensão limite de elasticidade uniaxial à compressão. Nestas condições, o parâmetro  $k$  é nulo quando se considera que não existe assimetria no comportamento plástico do material, ou seja,  $\sigma_T/\sigma_C = 1$ . Neste contexto, importa referir que para um material ortotrópico o parâmetro  $k$  perde este significado físico, uma vez que não é possível estabelecer uma única razão entre as tensões limite de elasticidade, porque estas podem ser distintas para os três eixos principais de ortotropia.

A versão ortotrópica apresentada em (2.12) é obtida por aplicação de uma transformação linear ao tensor  $\mathbf{S}$ , sendo os valores de  $S_i$  substituídos por  $\Sigma_i$ , os valores próprios do tensor  $\mathbf{\Sigma}$ , dado por:

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{C} : \mathbf{S}. \quad (2.15)$$

O tensor de quarta ordem  $\mathbf{C}$  define os parâmetros de anisotropia, que operam no tensor desviador da tensão. Na notação de Voigt pode ser representado por:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

No caso de chapas metálicas é difícil avaliar os parâmetros  $C_{44}$  e  $C_{55}$ , associados às tensões de corte fora do plano da chapa, pelo que em geral se considera um valor igual ao de isotropia, i.e. 1.0. Nestas condições, o critério CPB06 ortotrópico apresenta 11 parâmetros, incluindo 9 coeficientes de anisotropia e os parâmetros  $a$  e  $k$ .

O critério CPB06ex2 surge da necessidade de se introduzirem mais coeficientes de anisotropia, de forma a tornar o critério o mais flexível possível (Plunkett et al., 2008). A base para a sua construção é a demonstração de que podem ser aplicadas  $n$  transformações lineares ( $n \geq 2$ ), sem alterar as condições de convexidade do critério isotrópico que serve de base para a construção do ortotrópico. A função do critério CPB06ex2 é obtida com uma segunda transformação linear, o que conduz:

$$F(\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\Sigma}') = (|\Sigma_1| - k\Sigma_1)^a + (|\Sigma_2| - k\Sigma_2)^a + (|\Sigma_3| - k\Sigma_3)^a + (|\Sigma'_1| - k'\Sigma'_1)^a + (|\Sigma'_2| - k'\Sigma'_2)^a + (|\Sigma'_3| - k'\Sigma'_3)^a, \quad (2.17)$$

onde  $k'$  também é um parâmetro associado à assimetria do critério de plasticidade. O tensor  $\boldsymbol{\Sigma}'$  é dado por:

$$\boldsymbol{\Sigma}' = \mathbf{C}' : \mathbf{S}, \quad (2.18)$$

onde  $\mathbf{C}'$  também corresponde a um tensor de quarta ordem, cuja representação em notação de Voigt é:

$$\mathbf{C}' = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{12} & C'_{22} & C'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{13} & C'_{23} & C'_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

A aplicação das duas transformações lineares resulta num total de 18 parâmetros de anisotropia. No entanto, importa referir que devido à homogeneidade nas tensões da função dada pela equação (2.12), o número máximo de parâmetros associado a um critério ortotrópico 3D é de 17. Assim, no processo de identificação é recomendável fixar um dos parâmetros, como por exemplo,  $C_{11} = 1.0$ . No caso de chapas metálicas, pelas razões referidas anteriormente, assume-se que  $C'_{44} = C'_{55} = 1.0$ . Nestas condições, o critério CPB06ex2 apresenta 14 coeficientes de anisotropia, conseguindo-se assim uma maior

flexibilidade do que com o critério CPB06 e do que com o critério CB2001. Para além disso, importa referir que o parâmetro  $a$ , que define o grau de homogeneidade da função, pode ser considerado fixo, em função da estrutura cristalográfica do material, mas também pode ser incluído no processo de identificação dos parâmetros. Por último, importa referir que a implementação do critério CPB06ex2 no DD3IMP foi realizada assumindo que os coeficientes de anisotropia estão normalizados, de modo a garantir que a lei de encruamento descreve a tensão limite de elasticidade obtida a partir do ensaio de tração realizado com o provete orientado a  $0^\circ$  com RD. Deste modo, o critério de CPB06ex2 é definido como:

$$Y = B\{(|\Sigma_1| - k\Sigma_1)^a + (|\Sigma_2| - k\Sigma_2)^a + (|\Sigma_3| - k\Sigma_3)^a + (|\Sigma'_1| - k'\Sigma'_1)^a + (|\Sigma'_2| - k'\Sigma'_2)^a + (|\Sigma'_3| - k'\Sigma'_3)^a\}^{1/a}, \quad (2.20)$$

com

$$B = \left[ \frac{1}{(|\phi_1| - k\phi_1)^a + (|\phi_2| - k\phi_2)^a + (|\phi_3| - k\phi_3)^a + (|\phi'_1| - k'\phi'_1)^a + (|\phi'_2| - k'\phi'_2)^a + (|\phi'_3| - k'\phi'_3)^a} \right]^{1/a}, \quad (2.21)$$

em que:

$$\phi_i = (2/3)C_{i1} - (1/3)C_{i2} - (1/3)C_{i3}, \text{ com } i = 1,2,3, \quad (2.22)$$

$$\phi'_i = (2/3)C'_{i1} - (1/3)C'_{i2} - (1/3)C'_{i3}, \text{ com } i = 1,2,3. \quad (2.23)$$

### 2.3. Identificação dos Parâmetros de Anisotropia

A estratégia adotada neste trabalho para proceder à identificação dos parâmetros de anisotropia é comumente designada por estratégia clássica, uma vez que recorre a propriedades mecânicas obtidas a partir de ensaios com trajetórias de deformação monótonas. A base de dados com as propriedades mecânicas inclui, em geral: (i) as tensões limite de elasticidade ( $\sigma_\theta$ ) obtidas a partir de ensaios de tração realizados com o provete orientado de um ângulo  $\theta$  em relação a RD; (ii) os coeficientes de Lankford ( $r_\theta$ ) obtidos a partir de ensaios de tração realizados com o provete orientado de um ângulo  $\theta$  em relação a RD; (iii) a tensão limite de elasticidade ( $\sigma_b$ ) obtida para uma trajetória equibiaxial de tensão; (iv) o coeficiente que estabelece a relação entre as deformações principais no plano da chapa ( $r_b$ ) obtido para uma trajetória equibiaxial de tensão; e (v) as tensões limite de elasticidade ao corte ( $\tau_\theta$ ) obtidas a partir de ensaios de tração realizados com o provete orientado de um ângulo  $\theta$  em relação a RD. Esta descrição permite evidenciar que a base de dados pode conter um número de valores superior ao número de parâmetros a identificar. Nestas

circunstâncias, a determinação dos parâmetros de anisotropia corresponde a um procedimento de minimização de uma função objetivo ( $F_{obj}$ ), determinada com base no erro relativo entre o valor experimental e o obtido pelo critério de plasticidade, para um dado conjunto de parâmetros de anisotropia,  $\mathbf{A}$ :

$$F(\mathbf{A}) = \sum_{\theta} (w_{\sigma_{\theta}} \sigma_{\theta}(\mathbf{A}, \bar{\varepsilon}^p) / \sigma_{\theta}(\bar{\varepsilon}^p) - 1)^2 + \sum_{\theta} (w_{r_{\theta}} r_{\theta}(\mathbf{A}) / r_{\theta} - 1)^2 + (w_{\sigma_b} \sigma_b(\mathbf{A}, \bar{\varepsilon}^p) / \sigma_b(\bar{\varepsilon}^p) - 1)^2 + (w_{r_b} r_b(\mathbf{A}) / r_b - 1)^2 + \sum_{\theta} (w_{\tau_{\theta}} \tau_{\theta}(\mathbf{A}, \bar{\varepsilon}^p) / \tau_{\theta}(\bar{\varepsilon}^p) - 1)^2 \quad (2.24)$$

Uma vez que existem múltiplos objetivos, opta-se por associar um peso ( $w$ ) a cada um dos valores, de modo a flexibilizar o procedimento de identificação. No entanto, não existe um procedimento estabelecido para selecionar o peso a atribuir a cada dado experimental, o que torna o procedimento muito dependente do utilizador. O problema de minimização, definido na equação (2.24), está implementado no programa DD3MAT, que recorre ao método de *downhill simplex* para a sua resolução.

Ao longo deste trabalho foram realizadas diferentes identificações de parâmetros de anisotropia, para critérios de plasticidade distintos e para o mesmo critério. Assim, foi necessário comparar as identificações obtidas. O recurso a diferentes pesos na equação (2.24) inviabiliza a comparação com base no valor de  $F_{obj}$ . Neste contexto, foram analisadas duas abordagens distintas.

Um dos objetivos principais deste trabalho é avaliar a influência dos parâmetros de anisotropia na previsão das orelhas de estampagem numa taça cilíndrica. Neste contexto, importa referir que o comportamento do material da flange localizado numa direção  $\theta$  em relação à RD é controlado pelas propriedades mecânicas à compressão do material na direção definida por  $90-\theta$  (Barros et al., 2018). Por exemplo, o material localizado na direção RD está essencialmente sujeito a uma tensão de compressão na direção transversa à de laminagem (TD). Em geral, assume-se que os materiais metálicos com estrutura cúbica de corpo centrado (CCC) ou cúbica de faces centradas (CFC) não apresentam assimetria no comportamento plástico. Nestas condições, o comportamento à compressão na direção  $90-\theta$  é idêntico ao da tração na mesma direção. Assim, trabalhos anteriores mostram que, para prever corretamente o perfil de orelhas numa taça, o critério de plasticidade deve ser capaz de reproduzir a distribuição da tensão limite de elasticidade e dos coeficientes de Lankford, no plano da chapa (Yoon et al., 2011). As tensões limite de elasticidade à tração e os

coeficientes de Lankford contribuem de forma distinta para a previsão das orelhas. Os coeficientes de Lankford controlam sobretudo a tendência para a formação de orelhas, ou a sua direccionalidade, enquanto que as tensões limite de elasticidade à tração são responsáveis pela magnitude (Dick, 2017). Neste contexto, na primeira abordagem, foi dada uma maior ênfase à distribuição no plano de chapa prevista para as propriedades mecânicas obtidas a partir do ensaio de tração.

Uma das dificuldades apontadas à estratégia clássica de identificação é a dificuldade na comparação de resultados obtidos para diferentes ensaios mecânicos. Neste contexto, Korkolis et al. (2017) propuseram uma estratégia para facilitar a representação gráfica de conjuntos de resultados, obtidos com diferentes critérios ou com o mesmo critério, para diferentes trajetórias de deformação.

O método proposto por Korkolis et al. (2017) baseia-se num estado de tensão de referência. Para este estado de tensão, determina-se o tensor correspondente à sua componente desviadora,  $\mathbf{s}_R$ , e procede-se a sua normalização, tal que:

$$\hat{\mathbf{s}}_R = \mathbf{s}_R / \sqrt{\mathbf{s}_R : \mathbf{s}_R}, \quad (2.25)$$

em que ‘:’ denota o produto interno de dois tensores de segunda ordem (*double dot product*). Repete-se o mesmo procedimento para qualquer outro estado de tensão, de componente desviadora  $\mathbf{s}$ , de modo a definir a relação entre os dois estados de tensão com o auxílio do parâmetro escalar:

$$\cos \omega = \hat{\mathbf{s}} : \hat{\mathbf{s}}_R. \quad (2.26)$$

Este parâmetro escalar é utilizado para representar qualquer estado de tensão, pelo que os autores sugerem a sua utilização como eixo horizontal do gráfico utilizado para comparar as identificações.

Como a comparação das identificações de parâmetros envolvem a análise da tensão limite de elasticidade e do incremento de deformação plástica, os autores propõem a definição de um parâmetro escalar associado a cada uma destas quantidades.  $\Phi_{\text{exp}}$  representa o desvio entre a tensão calculada a partir do critério de plasticidade que se pretende avaliar,  $\bar{\sigma}(\mathbf{s}_{\text{exp}})$ , e o valor de referência,  $\sigma_R(\bar{\epsilon}^P)$ , e é dado por:

$$\Phi_{\text{exp}} = \left| \frac{\bar{\sigma}(\mathbf{s}_{\text{exp}})}{\sigma_R(\bar{\epsilon}^P)} - 1 \right|. \quad (2.27)$$

O valor de referência pode corresponder ao do ensaio experimental ou ao obtido a partir de outro critério de plasticidade.  $\Delta_{\text{exp}}$  representa o desvio da lei de plasticidade associada e é dado por:

$$\Delta_{\text{exp}} = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(d\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{R}}^{\text{P}} : d\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{P}}), \quad (2.28)$$

sendo  $d\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{P}}$  o incremento de deformação plástica obtido para o critério que se procura avaliar e  $d\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{R}}^{\text{P}}$  é um incremento de deformação plástica de referência, em relação ao qual se pretende calcular o desvio. Korkolis et al. (2017) sugerem a representação de cada um destes parâmetros, em função de  $\cos \omega$ , para uma comparação mais simples dos critérios de plasticidade e/ou das identificações. Os autores sugerem também a sua utilização para definir a função objetivo a utilizar no processo de identificação.

Neste contexto, neste trabalho foram analisados em detalhe os resultados apresentados em (Ha et al., 2018, 2019), de modo a garantir a sua correta aplicação. A título de exemplo, apresenta-se na Figura 2.1 um caso que considera o critério de plasticidade de von Mises como referência. Consideraram-se os estados de tensão correspondentes à tração uniaxial segundo RD (referência para o cálculo do parâmetro  $\cos \omega$ ), a 45° e 90° com RD e o estado de tensão equibiaxial. O critério de von Mises é comparado com o de Hill'48, sendo que foi calculada, para cada estado de tensão a tensão limite de elasticidade normalizada permitindo o cálculo do parâmetro  $\Phi_{\text{exp}}$  (ver equação (2.27)). Este estudo evidenciou a flexibilidade deste método, uma vez que permite a seleção de diferentes referências, ou seja, permite a comparação com resultados experimentais ou com diferentes critérios de plasticidade e/ou identificações. Nas secções seguintes, a aplicação do método foca-se na análise das tensões limite de elasticidade, uma vez que são os dados experimentais, em geral, mais difíceis de reproduzir. Neste contexto, os valores de referência correspondem aos dados experimentais e o estado de tensão de referência corresponde à tração uniaxial com o provete orientado na RD.

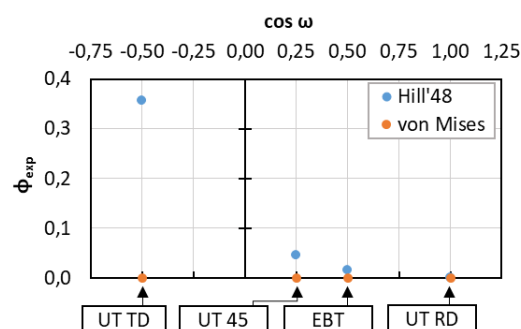


Figura 2.1. Exemplo de aplicação do método apresentado.

### 3. MODELO NUMÉRICO: BENCHMARK BM3

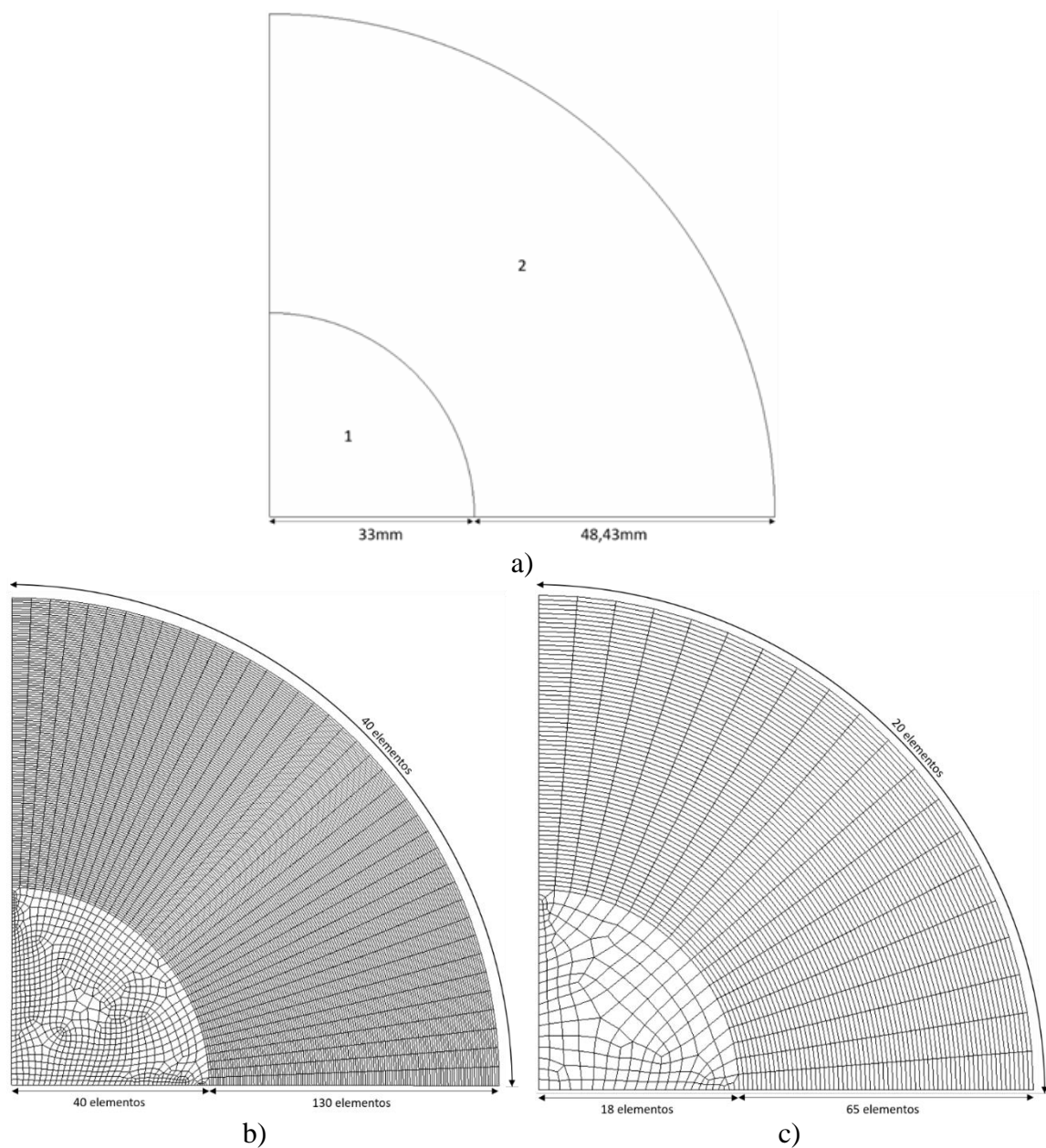
Uma vez que o problema apresenta condições de simetria para a geometria e para o comportamento do material, foi considerado apenas um quarto do modelo. Neste capítulo apresenta-se uma descrição das condições adotadas nos modelos numéricos elaborados.

#### 3.1. Discretização da Chapa

Uma correta discretização da chapa é crucial na obtenção de resultados representativos do comportamento mecânico do material, em particular quando se pretende prever um número elevado de orelhas de pequena amplitude. De seguida, descreve-se o procedimento utilizado para discretizar a chapa utilizada no primeiro caso de estudo. Foram construídas duas malhas, uma refinada e outra mais grosseira, sendo a última utilizada numa fase inicial do estudo, para facilitar o ajuste das diferentes fases do processo. As malhas são constituídas por elementos finitos 3D hexaédricos, com duas camadas na direção da espessura, de modo a permitir uma correta previsão da variação de espessura. Devido à natureza dos processos de estampagem utilizados na obtenção de uma taça cilíndrica, são geradas no processo tensões residuais que, no final do processo de conformação, permanecem com o material, pelo que o fenómeno de retorno elástico é mínimo. Isto permite a utilização de apenas dois elementos na direção da espessura, sem que seja comprometida a precisão dos resultados.

Neste primeiro caso de estudo, o esboço é circular, com um diâmetro igual a 162,86mm e uma espessura de 0,274mm. Na construção das discretizações optou-se pela definição de duas zonas, designadas de Zona 1 e Zona 2, como se apresenta na Figura 3.1 (a). Isto foi feito tendo em conta que na parte central a chapa sofre muito pouca ou nenhuma deformação, pelo que não é necessário utilizar uma malha particularmente refinada ou até mesmo estruturada. Desta forma, a Zona 1 terá uma malha não estruturada e a Zona 2 terá uma malha estruturada. A dimensão da Zona 1 foi definida com base na geometria do punção da estampagem inversa (Punção 2), cujo raio exterior é de 37,986mm e cujo raio de curvatura é de 3,175mm. Assim, o raio da Zona 1 deve ser inferior a 34,811mm, pelo que foi escolhido

um valor de 33mm. Nas subsecções seguintes descrevem-se em detalhe as opções tomadas na construção das discretizações no plano da chapa.



**Figura 3.1.** a) Divisão da chapa em duas zonas e respetivas dimensões; b) malha refinada; c) malha grosseira.

### 3.1.1. Malha Refinada

O procedimento seguido para a definição da malha estruturada para a Zona 2 foi o mesmo apresentado por Carvalho, 2016, que se baseia no conceito de que, em operações de estampagem, o ângulo de curvatura para cada elemento em contacto com as ferramentas do processo deve ser igual ou superior a  $10^\circ$  (Li et al., 2002). Com base na definição do



ângulo de curvatura,  $\alpha$ , calcula-se o comprimento de um arco de  $\alpha$  graus para um círculo cujo raio é igual ao menor raio de curvatura das ferramentas do processo de estampagem onde ocorre escoamento de material,  $r_c$ , através de:

$$l_{\text{radial}} = \frac{\pi \cdot \alpha \cdot r_c}{180}. \quad (3.1)$$

Este comprimento de arco é igual ao comprimento mínimo do elemento na direção radial. Considerando  $\alpha = 10^\circ$  e  $r_c = 2,159\text{mm}$ , correspondente ao menor raio da matriz etapa de estampagem inversa (Punção 1), determina-se  $l_{\text{radial}}$  igual a  $0,377\text{mm}$ . O número de elementos na direção radial,  $n_{\text{radial}}$ , é calculado a partir do raio,  $R$ , de cada uma das zonas definidas na Figura 3.1 (a):

$$n_{\text{radial}} = \frac{R_{\text{Zona 2}} - R_{\text{Zona 1}}}{l_{\text{radial}}}, \quad (3.2)$$

que resulta em, aproximadamente, 130 elementos.

Para a direção circunferencial, tendo em conta que após o processo de estampagem inversa se pretende obter elementos aproximadamente quadrados, define-se que o comprimento de elemento,  $l_{\text{circunferencial}}$ , deverá ser igual a  $l_{\text{radial}}$ . Desta forma, é calculada uma estimativa do perímetro de um quarto da chapa, após o processo de estampagem inversa,  $P_{\text{inv.}}$ , considerando o raio do punção que realiza esta operação,  $r_p$ , através de:

$$P_{\text{inv.}} = \frac{\pi r_p}{2}, \quad (3.3)$$

que conduz a um valor de aproximadamente  $60\text{mm}$ . O número de elementos na direção circunferencial é calculado com:

$$n_{\text{circunferencial}} = \frac{P_{\text{inv.}}}{l_{\text{circunferencial}}}. \quad (3.4)$$

Conclui-se assim que, de acordo com o processo apresentado, se deveriam utilizar 130 elementos na direção radial e 160 na direção circunferencial, para a malha estruturada da Zona 2. No entanto, isto levaria a um modelo com 20800 elementos apenas na zona estruturada 2D, o que equivale a 41600 elementos para a malha 3D (com dois elementos na direção da espessura). De modo a reduzir o tempo de cálculo, optou-se por reduzir para um quarto o número de elementos na direção circunferencial, ou seja, para 40. Desta forma, a Zona 2 apresenta um total de 10400 elementos na malha tridimensional.

No que toca à malha não estruturada da Zona 1, decidiu-se que 40 elementos em ambas direções seria uma escolha razoável, pelo que se selecionou um tamanho de elemento na direção radial de  $0,9\text{mm}$  e um tamanho de elemento na direção circunferencial de  $1,3\text{mm}$ ,

o que levou a um tamanho médio de elemento de 1,1mm para esta zona. A malha 3D completa, apresentada na Figura 3.1 (b), tem um total de 12096 elementos hexaédricos.

### 3.1.2. Malha Grosseira

A malha mais grosseira foi obtida tomando por base a malha mais refinada de forma a reduzir para cerca de metade o número de elementos. Assim, a malha grosseira apresenta na Zona 2, 65 elementos na direção radial e 20 elementos na direção circunferencial. A Zona 1 considera elementos com um comprimento de 1,8mm na direção radial (aproximadamente 18 elementos) e de 2,6mm na direção circunferencial (cerca de 20 elementos), o que corresponde a um tamanho médio de elemento de 2,2mm. Esta malha é apresentada na Figura 3.1 (c) e tem um total de 2988 elementos hexaédricos.

## 3.2. Descrição do Processo e Modelação das Ferramentas

Todas as ferramentas utilizadas são consideradas rígidas, pelo que foram discretizadas com elementos finitos bi-lineares. Estas discretizações são suavizadas com recurso a superfícies de Nagata (*Nagata patches*). Estas superfícies baseiam-se numa interpolação local quadrática, que é construída com base nos vetores de posição e nos vetores normais à superfície, dos nós da malha de elementos finitos, o que permite recuperar a geometria original com boa precisão (Neto, 2014). De modo a simplificar o problema, apenas são modeladas as zonas das ferramentas que podem estabelecer contacto com a chapa. Importa referir que, de modo a controlar o deslocamento da chapa quando esta estabelece contacto apenas com uma ferramenta, é utilizada uma ferramenta com estatuto de contacto *glue*, colocada no centro da chapa. Esta corresponde a um quadrado com uma área de 25mm<sup>2</sup>, e evita problemas associados a movimentos de corpo livre.

As condições de contacto com atrito entre a chapa e as ferramentas são descritas pela lei de Coloumb, com um coeficiente de atrito,  $\mu$ , constante e igual a 0,03. Nas secções seguintes descrevem-se as várias etapas do processo de conformação em análise.

### 3.2.1. Estampagem

A operação de estampagem, esquematizada na Figura 3.2 envolve três ferramentas: o punção 1 (Figura A.1), o cerra-chapas 1 (Figura A.2) e a matriz 1 (Figura A.3). Durante esta fase, o cerra-chapas 1 exerce uma força de 21.1kN para o modelo

completo, ou seja, 5275N para um quarto do modelo. A operação dá-se como concluída após um deslocamento de 38mm do punção 1.

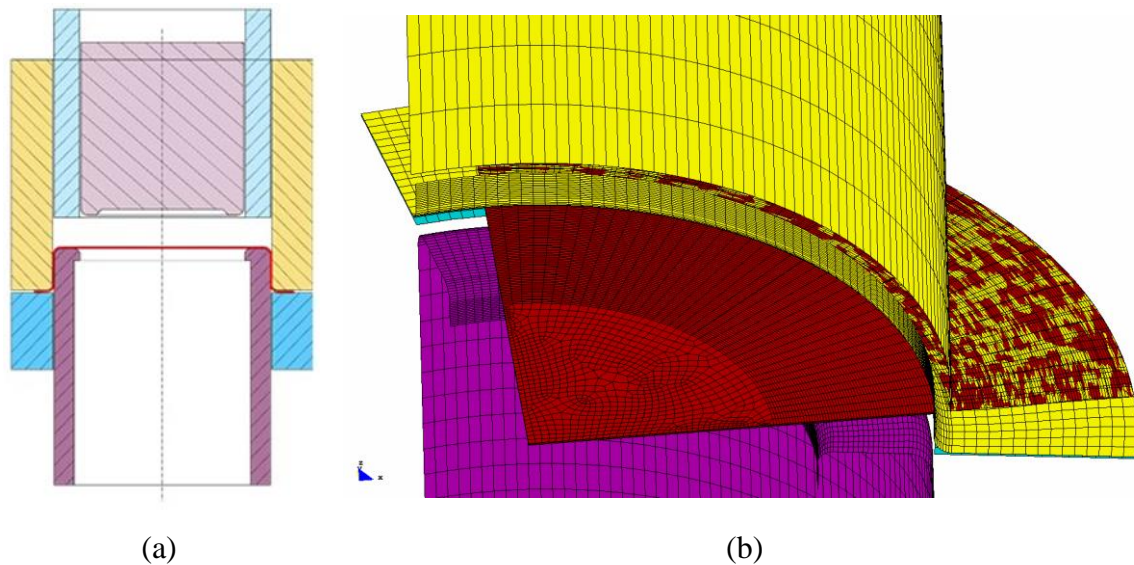


Figura 3.2. Processo de Estampagem: (a) esquema (b) modelo.

### 3.2.1. Estampagem Inversa

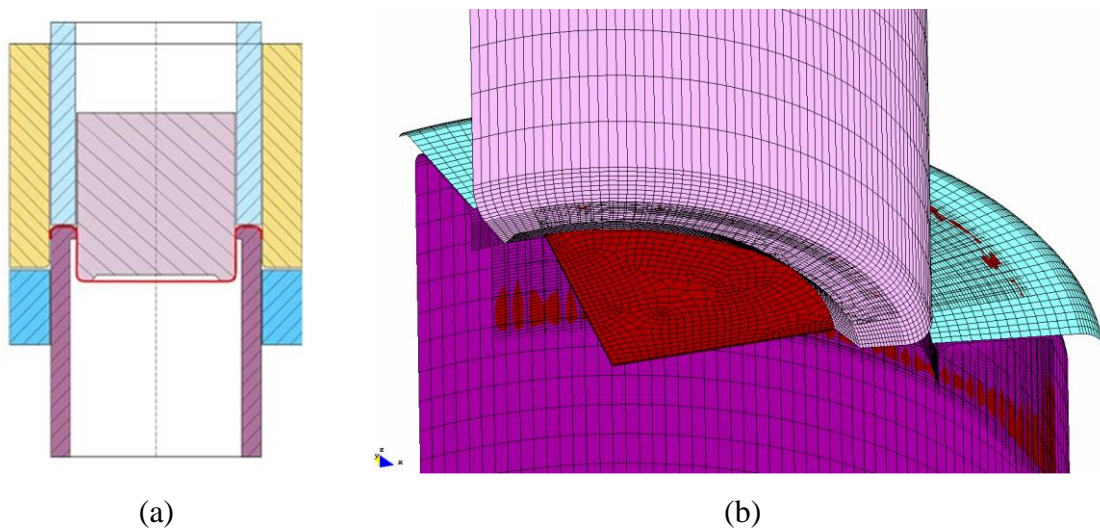


Figura 3.3. Processo de Estampagem Inversa: (a) esquema (b) modelo.

A operação de estampagem inversa (Figura 3.3), à semelhança do que acontece para a estampagem, também envolve um punção, um cerra-chapas e uma matriz. Neste caso, o punção 2 é apresentado na Figura A.4, o cerra-chapas 2 na Figura A.5 e o punção 1, apresentado na Figura A.1, corresponde à matriz. Esta fase, esquematizada na Figura 3.3, acaba após um deslocamento de 72,5mm do punção. O cerra-chapas 2 exerce uma força

constante de 16,6kN para o modelo completo e, portanto, de 4150N para um quarto do modelo.

### 3.2.2. Expansão

Após a realização da estampagem inversa, a taça é colocada num suporte (Figura A.7) de modo a realizar a sua expansão, como se mostra esquematicamente na Figura 3.4, com o auxílio do punção de expansão (Figura A.6). O deslocamento do punção de expansão não é pré-definido, uma vez que depende do instante para o qual é prevista a ocorrência da fratura.

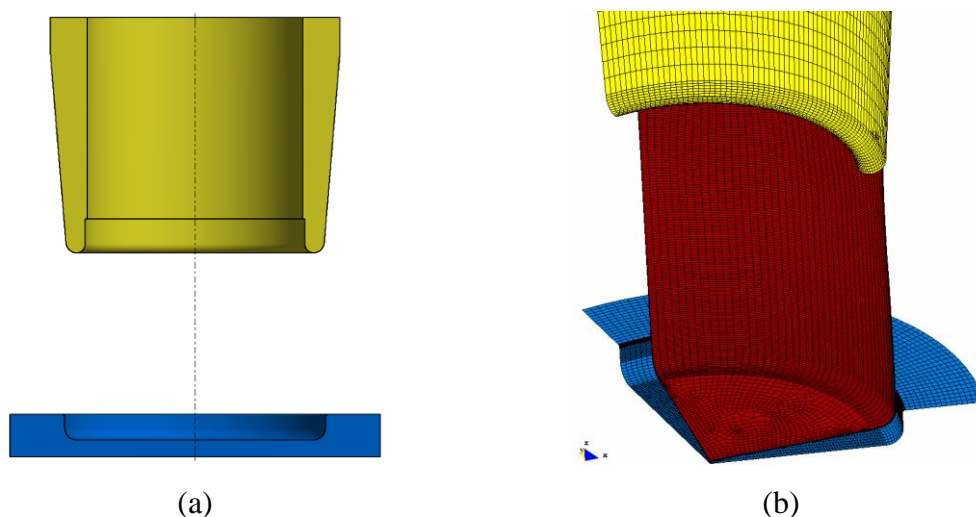


Figura 3.4. Processo de Expansão: (a) esquema (b) modelo.

### 3.3. Comportamento Mecânico do Material

O comité organizador do BM3 forneceu resultados de ensaios experimentais para possibilitar a caracterização do comportamento mecânico da liga AA3104-H19 (chapa com uma espessura de 0,274mm), a saber:

- Ensaios de expansão biaxial (*bulge*): curvas tensão-deformação plástica para dois valores de velocidade de deformação. A Tabela 3.1 apresenta os parâmetros identificados para a lei de Swift (equação (2.1)) e para a lei de Voce (2.2), bem como os valores máximos de tensão e deformação plástica;
- Ensaios de tração uniaxial, realizados com o provete orientado a cada 15° com RD: curvas tensão-deformação plástica e coeficientes de Lankford. A Tabela 3.2 apresenta os parâmetros identificados para a lei de Swift (equação (2.1)), a deformação

equivalente máxima, a tensão limite de elasticidade e os coeficientes de Lankford obtidos para cada ensaio;

- Ensaio de compressão de disco: a Tabela 3.2 apresenta o valor de  $r_b$ , como  $r$  biaxial.

**Tabela 3.1.** Resultados dos ensaios de expansão biaxial (*bulge*) (Dick et al., 2020).

Velocidade de Deformação	Valores Máximos		Lei de Swift			Lei de Voce		
	$\sigma_{MAX}$	$\varepsilon_{MAX}$	$K$	$\varepsilon_0$	$n$	$A$	$B$	$C$
<b>0,005</b>	355,9	0,2417	382,4	0	0,0462	351,26	62,4	27,205
<b>0,06</b>	361,3	0,2412	390,5	0	0,0516	356,34	71,7	27,779

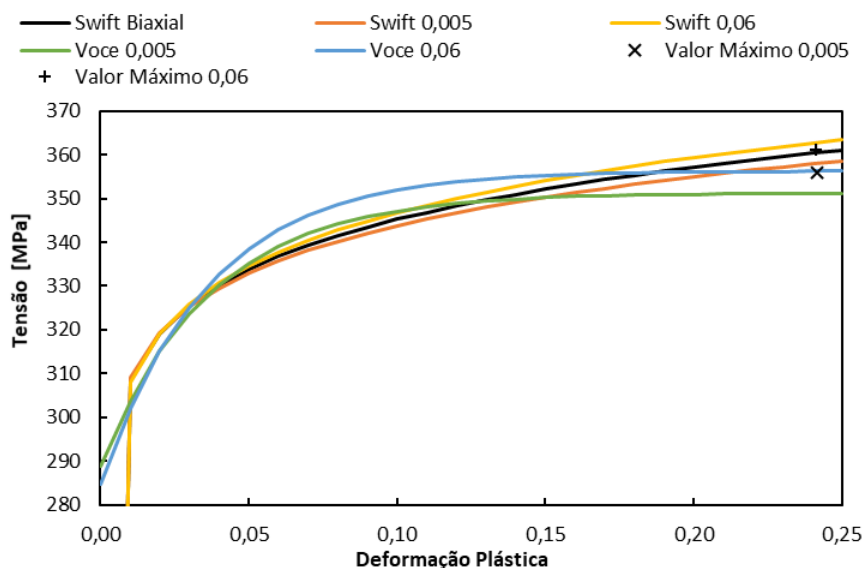
**Tabela 3.2.** Sumário dos resultados dos testes de tração e de compressão de disco (Dick et al., 2020).

$\theta$ [°]	$K$	$\varepsilon_0$	$n$	$\varepsilon_{equiv}$	$\sigma_\theta$	$\sigma_\theta/\sigma_0$	$r$
0	331,46	0,00018	0,05013	0,03731	281,15	1,0000	0,403
15	333,04	0,00005	0,04627	0,03660	285,79	1,0165	0,413
30	334,55	0,00003	0,04633	0,03645	286,97	1,0207	0,557
45	339,40	0,00000	0,05137	0,03671	286,41	1,0187	0,888
60	346,76	0,00000	0,05007	0,03578	293,50	1,0439	0,927
75	351,86	0,00000	0,04996	0,03527	297,71	1,0589	1,060
90	347,43	0,00004	0,04938	0,03560	294,69	1,0482	1,125
Biaxial	386,43	0,00000	0,04892	0,03212	326,60	1,1617	0,783

### 3.3.1. Lei de Encruamento Isotrópico

A análise da Tabela 3.2 evidencia a reduzida ductilidade deste material quando submetido a tração uniaxial, uma vez que a deformação equivalente máxima é sempre inferior a 0,05. Assim, é muito questionável a utilização dos resultados dos ensaios de tração para proceder à identificação da lei de encruamento. A Figura 3.5 apresenta a comparação entre as leis obtidas para a trajetória biaxial, de acordo com a informação fornecida na Tabela 3.1. Esta comparação permite confirmar que o comportamento do material é sensível à

velocidade de deformação, mas não é fornecida informação suficiente para tomar esta sensibilidade em consideração. Também permite observar que, na generalidade, a lei de Swift prevê tensões inferiores às previstas pela lei de Voce, para deformações entre 0,05 a 0,15 enquanto que, após um valor de deformação de 0,15, o comportamento se inverte. O facto de o parâmetro  $\epsilon_0$  na Lei de Swift ser apresentado como nulo na Tabela 3.1 conduz à perda de informação acerca do comportamento do material para pequenos valores de deformação, o que não se verifica na lei de Voce. A Figura 3.5 apresenta também a lei de Swift apresentada na Tabela 3.2 para a trajetória biaxial, de modo a evidenciar que esta descreve um comportamento médio do obtido para as duas velocidades de deformação apresentadas na Tabela 3.1.



**Figura 3.5.** Comparação das leis de plasticidade obtidas para diferentes valores de velocidade de deformação e da lei de Swift para a trajetória biaxial.

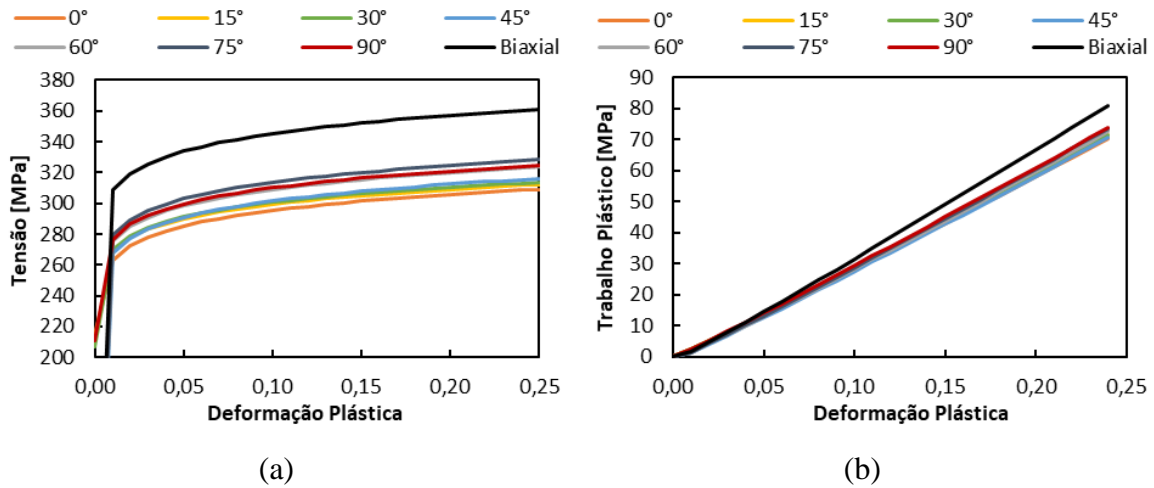
A Figura 3.6 (a) apresenta a comparação entre as curvas de encruamento apresentadas na Tabela 3.2, de modo a evidenciar as diferenças consoante a trajetória avaliada. Observa-se um aumento sucessivo do valor da tensão limite de elasticidade com o aumento da orientação considerada para o provete no ensaio de tração, exceto para os casos de 75° e 90° com RD, em que se prevêem tensões superiores para o primeiro. De todos os ensaios analisados, a trajetória biaxial é a que apresenta tensões mais elevadas. Também neste caso, quando o parâmetro  $\epsilon_0$  é nulo, perde-se informação em relação ao comportamento do material para pequenos valores de deformação, nomeadamente para os casos de 45°, 60°, 75° e biaxial.

De modo a realizar uma correta interpretação dos dados experimentais fornecidos, foi avaliada a evolução do trabalho plástico com base nas curvas tensão-deformação apresentadas na Figura 3.6 (a). O incremento de trabalho plástico é, por definição:

$$dW_i^p = \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon}^p = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}^p. \quad (3.5)$$

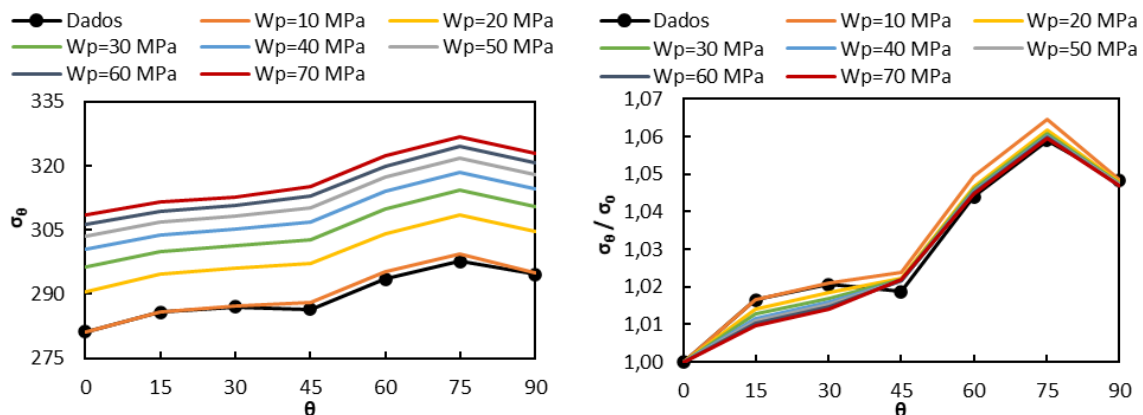
onde  $\bar{\sigma}$  é a tensão equivalente e  $d\bar{\varepsilon}^p$  o incremento de deformação plástica equivalente. Este valor pode ser aproximado através de uma regra de trapézios simples, como:

$$dW_i^p = \frac{(\varepsilon_{i+1}^p - \varepsilon_i^p) \cdot (\bar{\sigma}_{i+1} + \bar{\sigma}_i)}{2}. \quad (3.6)$$



**Figura 3.6.** (a) Comparação da lei de Swift para as direções avaliadas em relação a RD. (b) Evolução do trabalho plástico em função da deformação plástica para as direções consideradas.

A evolução do trabalho plástico é apresentada na Figura 3.6 (b). Este cálculo permitir determinar o valor da tensão correspondente a um dado valor de trabalho plástico, com auxílio da interpolação linear. Este cálculo foi realizado para valores de trabalho plástico de 10, 20, 30, 40, 50, 60 e 70 MPa, como se mostra na Figura 3.7 (a). Estes valores foram normalizados, com a tensão limite de elasticidade para o ensaio de tração realizado a 0° com RD, o que permitiu obter as evoluções apresentadas na Figura 3.7 (b). Nesta figura apresentam-se também os dados de  $\sigma_\theta/\sigma_0$ , fornecidos na Tabela 3.2. É possível observar, que os valores obtidos são muito semelhantes aos dados da Tabela 3.2, o que confirma que a evolução da direccionalidade das tensões no plano não evolui com o trabalho plástico. Sendo assim, pode assumir-se que estes dados serão fornecidos para a distribuição da tensão limite de elasticidade inicial ( $\bar{\varepsilon}^p = 0$ ).



**Figura 3.7.** (a) Evolução da tensão limite de elasticidade no plano em função do trabalho plástico. (b) Evolução da tensão limite de elasticidade normalizada no plano em função do trabalho plástico.

Como os ensaios de tração foram realizados com uma pequena velocidade de deformação, considerou-se que, para o ensaio biaxial, era preferível considerar também a lei de Swift ajustada para a menor velocidade de deformação (0,005). No entanto, como já foi referido anteriormente, a lei apresentada não está definida para pequenos valores de deformação. Por outro lado, os ensaios de tração foram extrapolados para deformações superiores a 0,05. Assim, decidiu-se construir um conjunto de dados auxiliares da seguinte forma:

1. Para valores de deformações inferiores a 0,04, considerou-se a informação proveniente da lei de Swift ajustada ao ensaio de tração a  $0^\circ$  com RD;
2. Calculou-se a razão entre o valor de tensão para o ensaio de tração uniaxial a  $0^\circ$  com RD e o valor de tensão para o ensaio biaxial (0,005) ambos obtidos para uma deformação de 0,04;
3. Para deformações iguais ou superiores a 0,04, os valores de tensões obtidos com a lei de Swift para o ensaio biaxial foram multiplicados pela razão de tensões, assumindo que esta não se altera com o trabalho plástico.

Este conjunto de dados auxiliares de tensão *versus* deformação foi utilizado para determinar um conjunto de parâmetros para a lei de Swift. Para tal, recorreu-se à função solver no Excel®, de modo a minimizar o somatório da distância euclidiana entre o conjunto de dados e a lei de Swift. Os parâmetros obtidos são apresentados na Tabela 3.3.



**Tabela 3.3.** Parâmetros da lei de Swift utilizada no BM3.

$K$ [MPa]	$\epsilon_0$	$n$	$Y_0$ [MPa]
327,38	0,00011	0,04625	215,133

O DD3MAT utiliza os valores da tensão e não da tensão normalizada, pelo que após terem sido determinados os novos parâmetros da Lei de Swift, foi necessário determinar os valores de tensão para todos os ensaios. De acordo com a análise realizada na Figura 3.7 (b), foram considerados os valores normalizados para a tensão apresentados na Tabela 3.2, e  $\bar{\epsilon}^p = 0$ . A Tabela 3.4 resume os parâmetros de *input* utilizados na identificação dos parâmetros de anisotropia.

**Tabela 3.4.** Parâmetros de *input* para o DD3MAT para o caso BM3.

$\theta$ [°]	$\sigma_\theta$	$r$
0	215,13	0,403
15	218,68	0,413
30	219,59	0,557
45	219,16	0,888
60	224,58	0,927
75	227,80	1,060
90	225,50	1,125
biaxial	249,92	0,783

### 3.3.2. Critérios de Plasticidade

#### 3.3.2.1. Critério de Hill'48

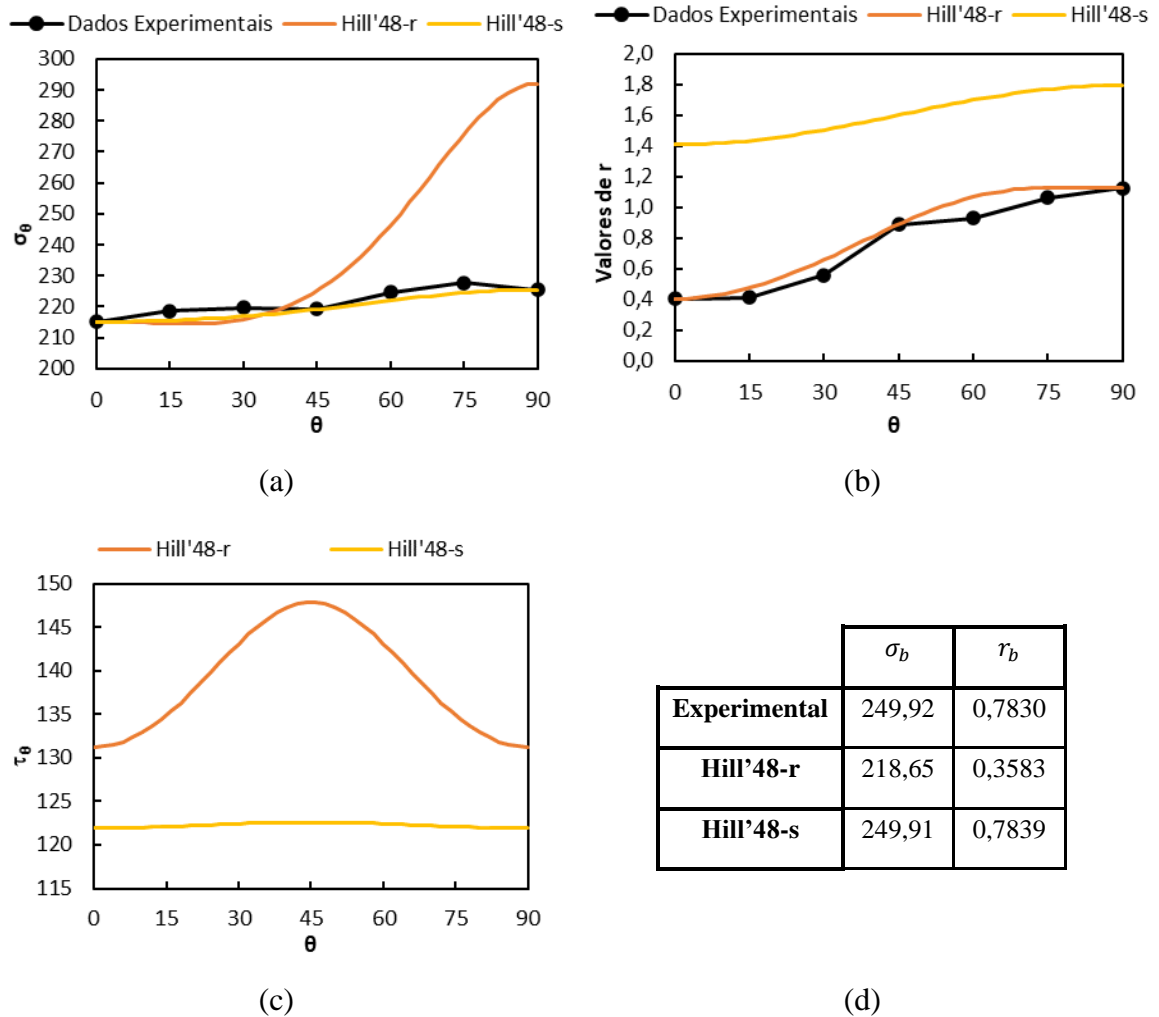
Nesta secção analisam-se as identificações fornecidas pelo comité organizador do *benchmark* para o critério de plasticidade de Hill'48. Os dois conjuntos de parâmetros fornecidos são apresentados na Tabela 3.5 e correspondem a: (i) identificação com base nos valores da tensão uniaxial a 0°, 45° e 90° com RD, designada por Hill'48-s; (ii) identificação

com base nos coeficientes de Lankford, para os mesmos ensaios, com a designação Hill'48-r.

**Tabela 3.5.** Parâmetros para o critério Hill'48 (retirado de Dick et al., 2020).

	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>N</i>
Hill'48-r	0,25535	0,71275	0,28725	1,3437
Hill'48-s	0,32565	0,4154	0,5846	1,55675

A Figura 3.8 apresenta a previsão de cada uma das identificações para a evolução da tensão à tração, dos valores de  $r$  e da tensão de corte, no plano da chapa. Como seria de esperar, cada identificação prevê com maior precisão a distribuição dos valores utilizados no cálculo dos parâmetros. A identificação Hill'48-r aproxima bem os valores de  $r$ , mas também as tensões à tração, para direções inferiores de 45°. A identificação Hill'48-s realiza uma boa aproximação das tensões à tração, mas os valores de  $r$  são claramente sobrestimados. É de notar que a identificação Hill'48-s faz uma previsão particularmente boa dos valores biaxiais de tensão, o que coloca em evidência a reduzida flexibilidade do critério para descrever simultaneamente os valores das tensões e dos valores de  $r$ . Apesar de não terem sido fornecidos valores experimentais para a tensão de corte, opta-se por apresentar a sua distribuição no plano para evidenciar as diferenças. A identificação de Hill'48-r foi utilizada nas primeiras simulações, realizadas para ajuste das fases e das posições das ferramentas, uma vez que conduz a menores tempos de cálculo.



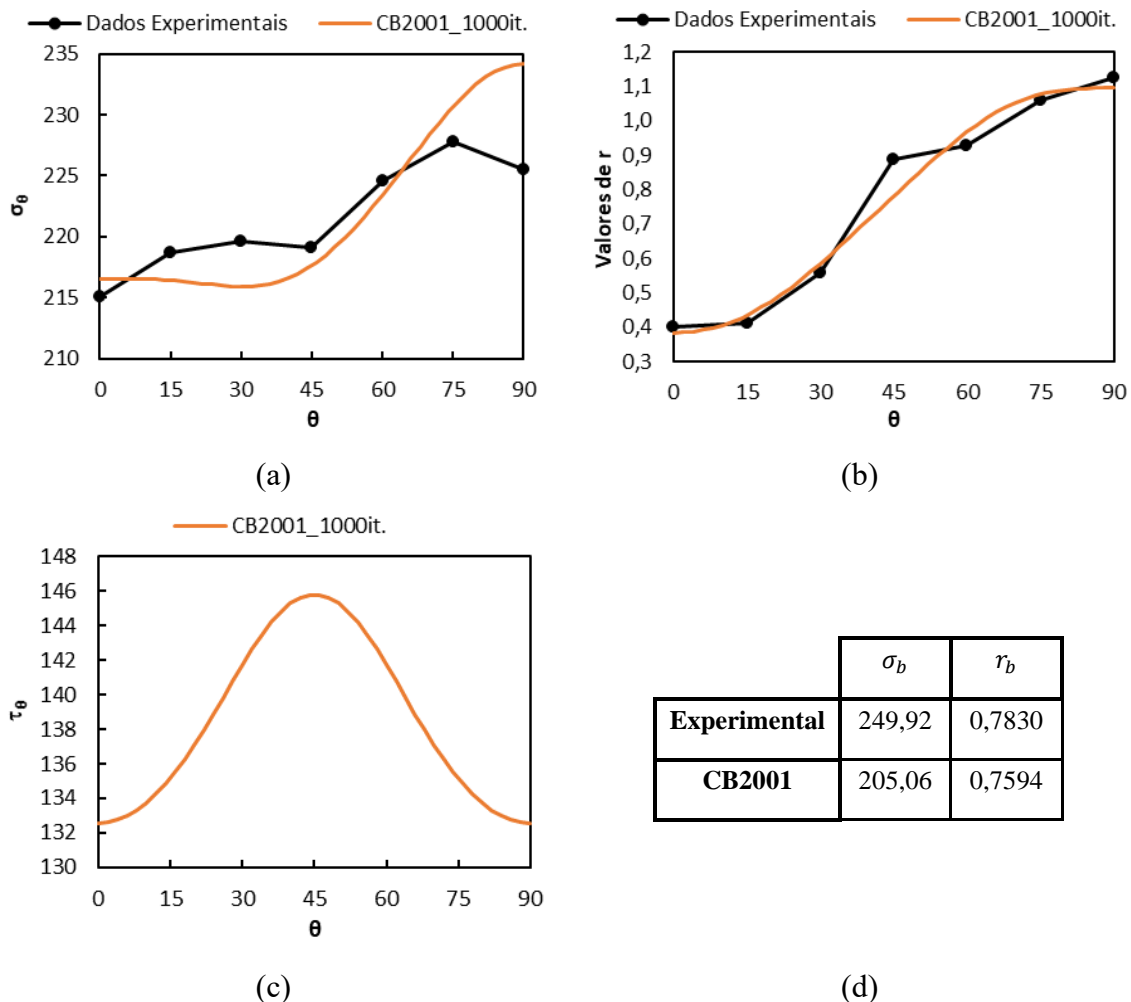
**Figura 3.8.** Comparação dos valores obtidos experimentalmente e previstos pelo critério Hill'48: (a) tensão à tração (b) valores de  $r$  (c) tensão de corte (d) valores biaxiais.

### 3.3.2.2. Critério CB2001

O critério CB2001 é reconhecido pela sua flexibilidade pelo que foi realizada uma identificação com o auxílio do DD3MAT. A Tabela B.1 apresenta o conjunto de parâmetros obtidos, considerando um peso igual para todos os dados de *input* e um número máximo de iterações de 1000. Como o processo de identificação deste critério envolve a verificação da condição de convexidade, o que aumenta o tempo de computação, optou-se por não tentar melhorar esta identificação, com base no reajuste dos pesos.

A Figura 3.9 apresenta a previsão da evolução da tensão à tração, dos valores de  $r$  e da tensão de corte, no plano da chapa. É possível observar que os valores de tensão à tração bem como dos coeficientes de Lankford são globalmente bem aproximados por este critério, o que ilustra as vantagens na utilização de critérios com um maior número de

parâmetros de anisotropia e, por isso, mais flexíveis. A tensão de corte prevista é muito semelhante à obtida para Hill'48-r (ver Figura 3.8 (c)). No entanto, o valor da tensão biaxial é mais próximo do experimental para Hill'48-r.

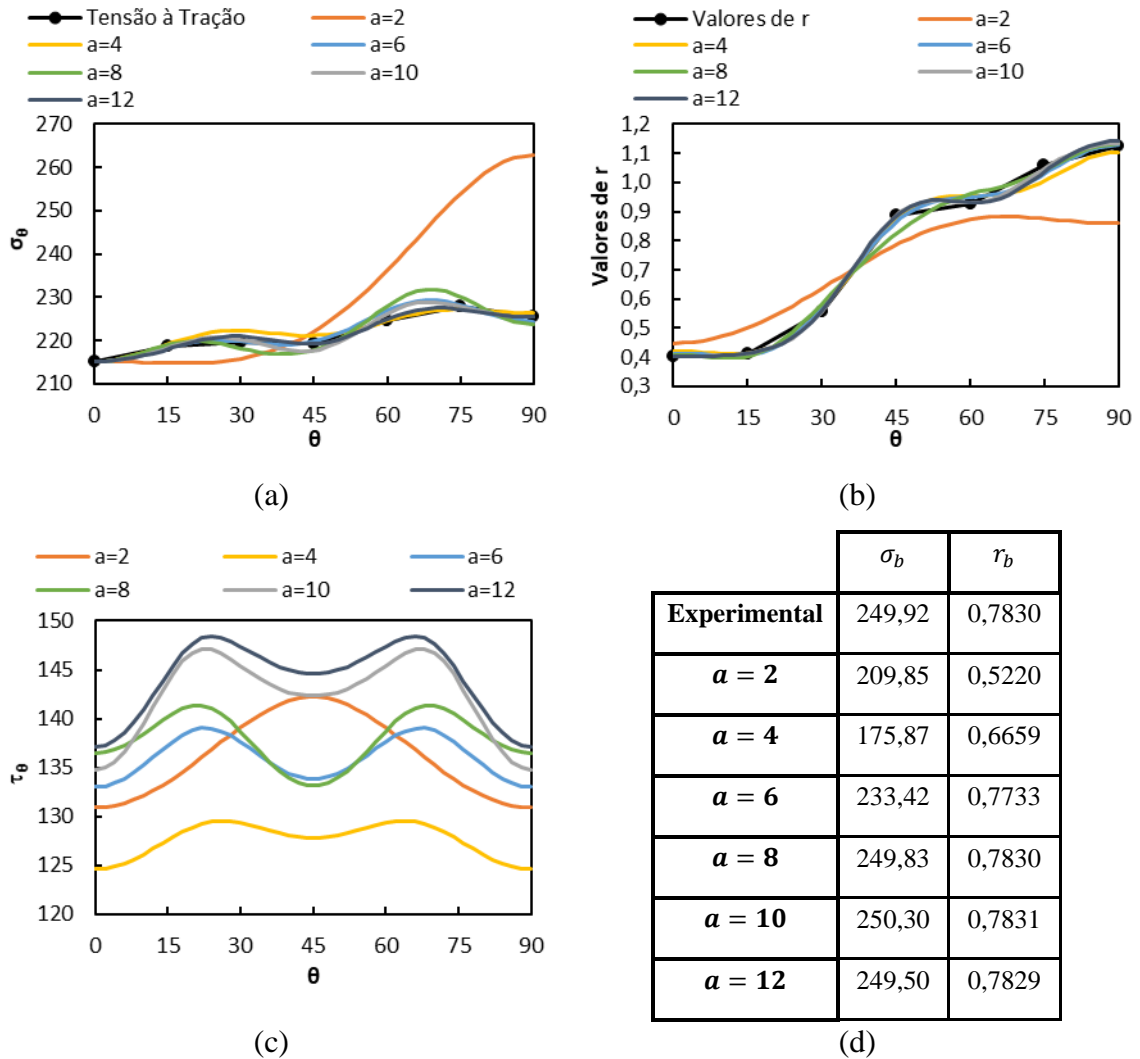


**Figura 3.9.** Comparação dos valores obtidos com o critério CB2001 com os dados: (a) tensão à tração (b) valores de r (c) tensão de corte (d) valores biaxiais.

### 3.3.2.3. Critério CPB06ex2

Os parâmetros do critério CPB06ex2 também foram identificados com o auxílio do programa DD3MAT, com base nos dados apresentados na Tabela 3.4, aos quais foi atribuído o mesmo peso na função objetivo. O comité organizador do *benchmark* não forneceu qualquer informação relativa ao comportamento à compressão, pelo que se assume simetria, i.e.  $k = k' = 0$ . Nestas circunstâncias, no DD3MAT assume-se que o procedimento de otimização é realizado em função do valor pré-definido pelo utilizador para o grau de homogeneidade,  $\alpha$ . Considerou-se que este parâmetro deve ser par e foram

realizadas seis identificações de parâmetros para este critério, uma para cada valor de  $a = 2, 4, 6, 8, 10$  e  $12$ . A Figura 3.10 apresenta os resultados obtidos para a evolução da tensão à tração, dos valores de  $r$  e da tensão de corte, no plano da chapa.



**Figura 3.10.** Influência do parâmetro  $a$  na previsão de: (a) tensão à tração (b) valores de  $r$  (c) tensão de corte (d) valores biaxiais.

A análise da Figura 3.10 e o cálculo dos erros (somatório da diferença entre os valores experimentais e analíticos, para a tensão e para o  $r$ , separadamente), permitem concluir que, na generalidade, o aumento do valor de  $a$  conduz a menores valores de erro. Para  $a \geq 6$ , o valor do erro é inferior ao obtido para os dois critérios analisados nas seções anteriores. Para  $a \geq 8$ , os valores de erro atingem valores mínimos; o menor erro para as tensões é obtido com  $a = 12$  e na previsão dos coeficientes de Lankford para  $a = 10$ . No entanto, importa referir que, apesar de o erro cumulativo para a tensão ser maior para a

identificação com  $a = 10$  do que para  $a = 12$ , a primeira descreve melhor um maior número de ensaios.

Numa primeira fase, nomeadamente no ajuste final da posição das ferramentas, foi seleccionada a identificação com  $a = 8$ , uma vez que conduz a uma boa descrição do comportamento do material e é o valor recomendado para materiais policristalinos com estruturas cristalinas CFC, como é o caso das ligas de alumínio (Cazacu, 2018). Os parâmetros resultantes da identificação realizada para  $a=8$  são os expostos na Tabela B.2.

### 3.3.2.4. Comparação dos critérios obtidos

A Figura 3.11 apresenta a comparação entre os diferentes critérios e identificações com recurso à metodologia descrita na Secção 2.3. O estado de tensão utilizado como referência para o cálculo de  $\cos \omega$  (equação (2.26)) é a tração uniaxial com o provete orientado na RD. Na Figura 3.11 os ensaios de tração uniaxial são assinalados como UT e o biaxial como EBT. Os desvios (equação (2.27)) são calculados com base nos valores experimentais e analíticos. Uma análise rápida da Figura 3.11 permite excluir as identificações Hill'48-r, CB2001 e CPB06ex2, com  $a = 4$  e  $a = 6$ , devido aos valores mais elevados dos desvios, em particular para a tensão biaxial.

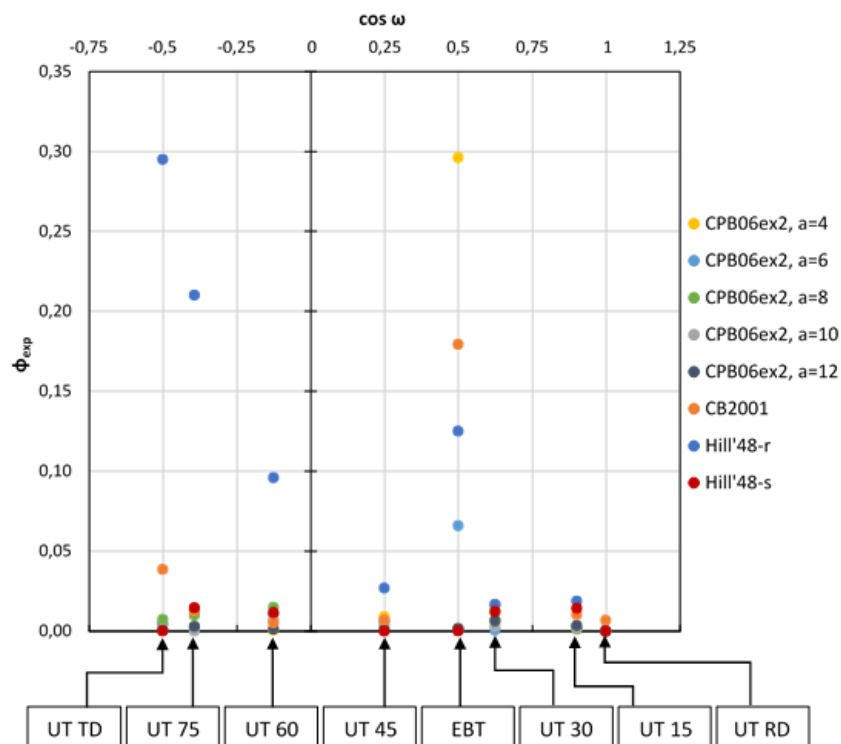
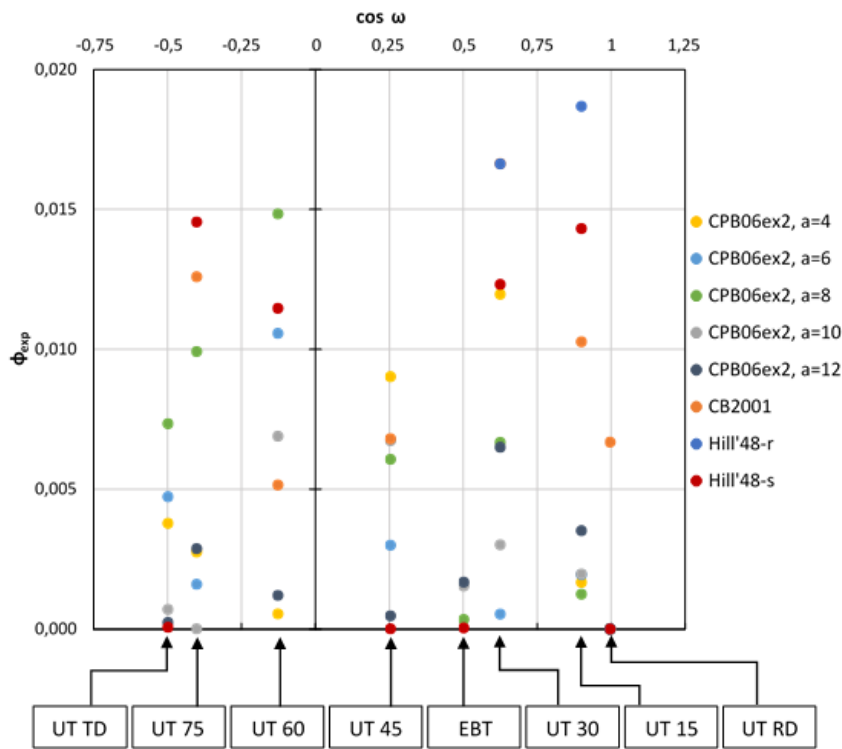


Figura 3.11. Comparação dos critérios obtidos para o caso BM3.

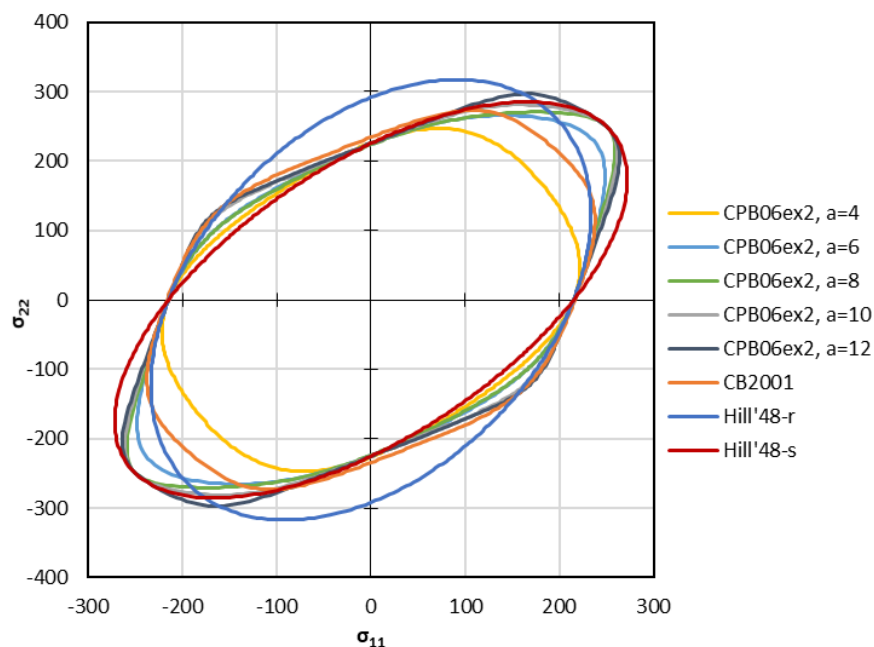


**Figura 3.12.** Comparação dos critérios obtidos para o caso BM3 para desvios compreendidos entre 0 e 0,02.

Na Figura 3.12 apresenta-se um detalhe da anterior, para desvios compreendidos entre 0 e 0,02. A análise deste detalhe permite excluir o critério Hill'48-s, bem como o critério CPB06ex2 para  $a = 8$ , que tinha sido previamente selecionado. A análise de cada estado de tensão permite concluir que o critério CPB06ex2, para um grau de homogeneidade igual a 10, é o que garante um menor desvio em relação ao comportamento experimental do material para um maior número de ensaios. No entanto, importa referir que o cálculo do somatório dos desvios indica que o menor valor é obtido com  $a = 12$ . Assim, é possível confirmar que esta metodologia de análise permite principalmente uma visualização gráfica mais simples, para a comparação dos critérios e/ou identificações. No entanto, a sua utilização para definir a função objetivo a utilizar na identificação, não conduziria a resultados substancialmente diferentes.

Globalmente, a identificação com  $a = 10$  é a que garante uma melhor descrição dos dados experimentais, pelo que se optou por realizar também a análise do processo de estampagem com esta identificação, cujos parâmetros de anisotropia são apresentados na Tabela B.3.

Na Figura 3.13 apresenta-se uma comparação das superfícies de plasticidade, no plano correspondente às tensões principais no plano, para as diferentes identificações. É possível observar uma distinção clara entre as superfícies originadas por diferentes critérios, sendo de notar que as superfícies relativas ao critério CPB06ex2 apresentam formas semelhantes para  $a \geq 6$ . As duas identificações selecionadas – CPB06ex2  $a = 8$  e  $a = 10$  – têm superfícies de plasticidade muito semelhantes, tal como a identificação CPB06ex2,  $a = 12$ , o que corrobora a análise dos erros e dos desvios. Apesar de não ser mostrado aqui, importa mencionar que as superfícies de plasticidade apresentam maiores diferenças em planos correspondentes a cortes para valores de tensão de corte no plano da chapas diferentes de zero, como se pode aferir da Figura 3.10 (c).



**Figura 3.13.** Comparação das superfícies de plasticidade para as identificações consideradas para o caso BM3.



## 4. MODELO NUMÉRICO: ALCOA

Uma vez que o problema apresenta condições de simetria para a geometria e para o comportamento do material, foi considerado apenas um quarto do modelo. Neste capítulo apresenta-se uma descrição das condições adotadas nos modelos numéricos elaborados.

### 4.1. Discretização da Chapa

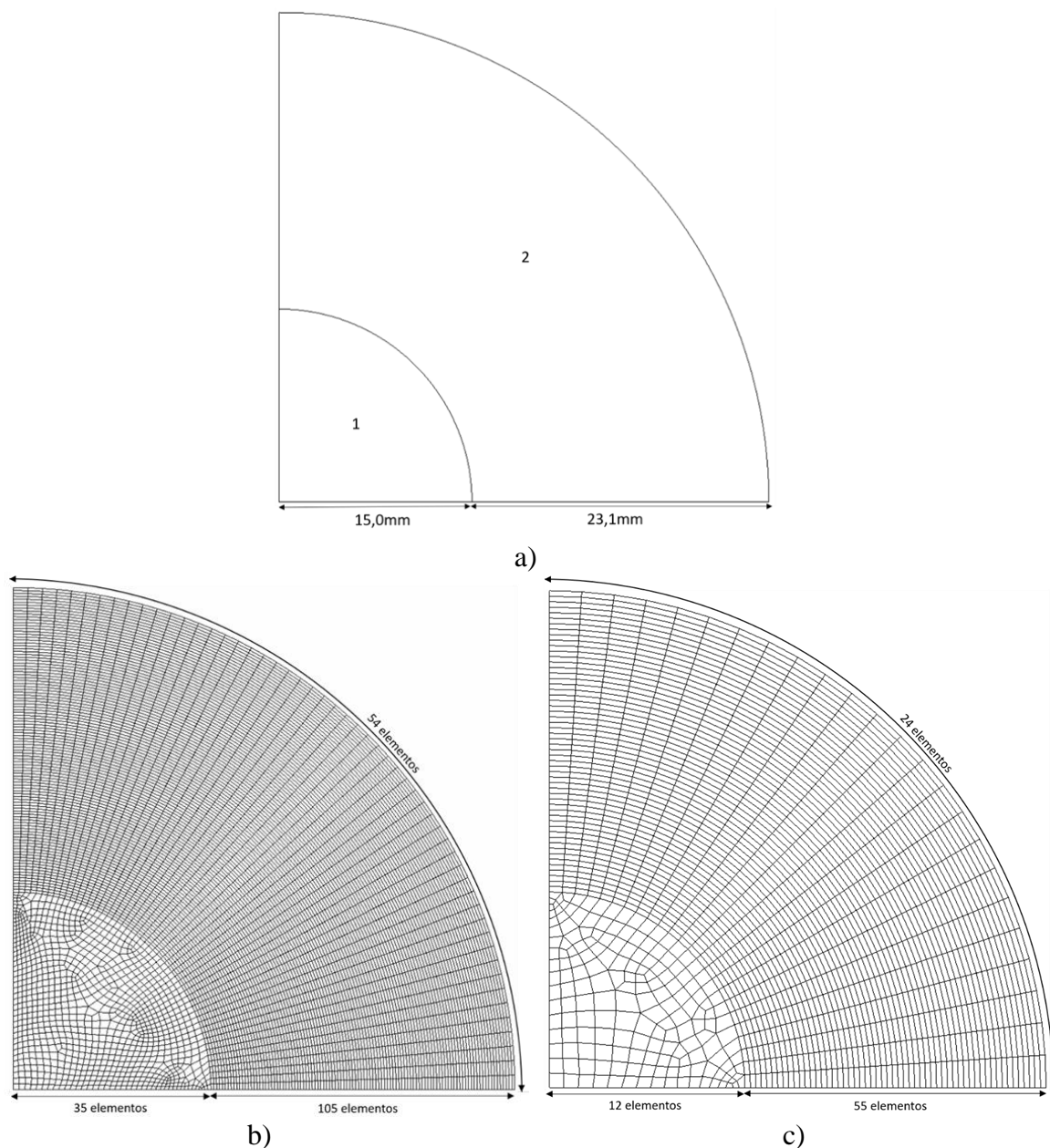
O esboço circular tem um diâmetro inicial de 76,2mm e uma espessura de 0,58mm. Como o punção é plano, à semelhança do primeiro caso de estudo, foi efetuada uma divisão da chapa em duas zonas: a primeira com malha não estruturada, uma vez que praticamente não ocorre deformação (Zona 1), e a segunda com malha estruturada (Zona 2). A dimensão da Zona 1 foi determinada com base nas dimensões do punção, cujo raio exterior é de 22,86mm e o raio de curvatura é de 3,81mm. Isto significava que o raio máximo para a Zona 1 é igual a 19,05mm, tendo sido selecionado um raio de 15mm. Na Figura 4.1 (a) apresenta-se a divisão da chapa nas duas zonas mencionadas e as respetivas dimensões.

#### 4.1.1. Malha Refinada

A discretização do esboço foi determinada com base na mesma metodologia utilizada no primeiro caso de estudo. Neste caso existe apenas uma fase de estampagem, pelo que no cálculo do tamanho de elemento na direção radial (equação (3.1)), deve ser utilizado o raio de curvatura da matriz. O perímetro é calculado como indicado na equação (3.3), com os dados da etapa de estampagem, i.e. com base no raio exterior do punção.

A aplicação das equações (3.1) a (3.4) resulta num tamanho de elemento de 0,443mm, para a direção radial e circunferencial. Assim, a zona estruturada da malha deveria apresentar 53 elementos na direção radial e 81 elementos na direção circunferencial. No entanto, optou-se por duplicar o número de elementos na direção radial (105 elementos) e reduzir ligeiramente o número de elementos na direção circunferencial (54 elementos). Na zona não estruturada da malha, utilizou-se um tamanho médio de elemento de 0,428mm, o que equivale a manter aproximadamente 54 elementos na direção circunferencial e utilizar aproximadamente 35 elementos na direção radial. Tal como no caso anterior, foram

utilizados apenas dois elementos ao longo da espessura. A malha refinada é apresentada na Figura 4.1 (b) e corresponde a 13282 elementos de 8 nós, tri-lineares.



**Figura 4.1.** a) Divisão da chapa em duas zonas e respectivas dimensões; b) malha refinada; c) malha grosseira.

#### 4.1.2. Malha Grosseira

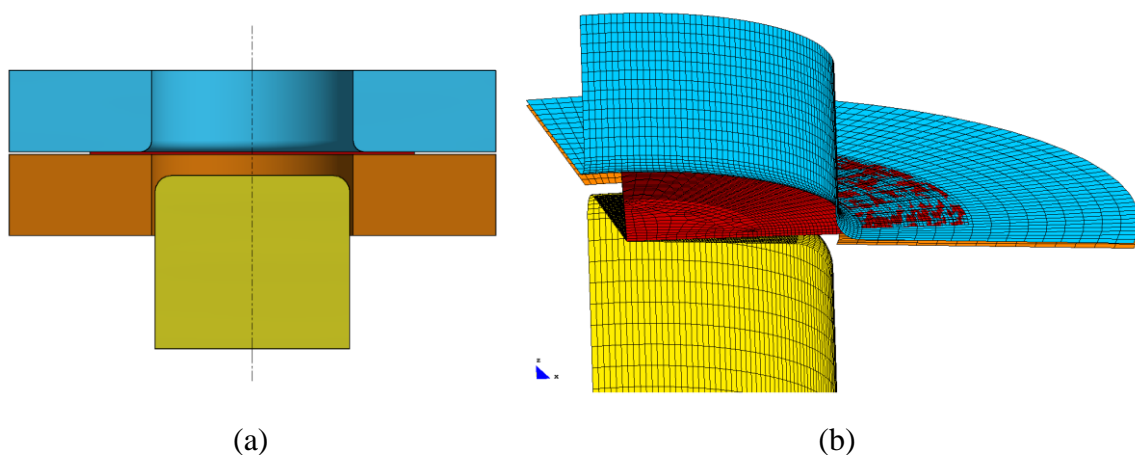
Também para este caso de estudo foi construída uma malha mais grosseira, para realizar as simulações preliminares de ajuste do posicionamento das ferramentas, com menores recursos computacionais. Para a Zona 2, optou-se por reduzir para cerca de metade

o número de elementos em cada direção, sendo que se utilizaram, 55 elementos na direção radial e 24 na direção circunferencial. Para a Zona 1, à semelhança da malha refinada, manteve-se o número de elementos na direção circunferencial aproximadamente igual ao da Zona 2 (24 elementos) e, para a direção radial, optou-se por cerca de 12 elementos nesta direção. Desta forma, foi utilizado um tamanho de elemento de 1,125mm. A malha grosseira é apresentada na Figura 4.1 (c) com um total de 2992 elementos sólidos.

## 4.2. Descrição do Processo e Modelação das Ferramentas

Tal como no primeiro caso de estudo todas as ferramentas utilizadas são consideradas rígidas, pelo que as zonas que podem estabelecer contacto com a chapa foram descritas com recurso a superfícies de Nagata. O controle do deslocamento da chapa também foi realizado com uma ferramenta com estatuto de contacto *glue*, colocada no centro da chapa (quadrado com uma área de 6,25mm<sup>2</sup>). As condições de contacto com atrito entre a chapa e as ferramentas são descritas pela lei de Coloumb, com um coeficiente de atrito,  $\mu$ , constante e igual a 0,03. Nas secções seguintes descrevem-se as várias etapas do processo de conformação em análise.

### 4.2.1. Estampagem



**Figura 4.2.** Processo de Estampagem: (a) esquema (b) modelo.

A operação de estampagem, ilustrada na Figura 4.2, envolve um punção (Figura A.8), um cerra-chapas (Figura A.9) e uma matriz (Figura A.10). A estampagem completa

ocorre após um avanço de aproximadamente 25mm por parte do punção. Inicialmente considerou-se que o cerra-chapas exerce uma força constante de 8,9kN para o modelo completo, ou seja, de 2225N para um quarto do modelo. No entanto, a análise dos resultados experimentais indica que a força é crescente ao longo do processo, pelo que no estudo de sensibilidade das orelhas de estampagem aos parâmetros de anisotropia optou-se por considerar uma evolução linear, como será explicado na secção 5.4.

### 4.3. Comportamento Mecânico do Material

O comportamento mecânico da liga de alumínio AA3104, para uma chapa com 0,58mm de espessura, foi realizado com recurso ao seguintes ensaios (Amaral, Leitão, Oliveira, Santos, Simões & Vincze, 2019):

- Ensaios de tração uniaxial, realizados com o provete orientado a cada 15° com RD: curvas tensão-deformação plástica e coeficientes de Lankford. A Tabela 4.1 apresenta os parâmetros identificados para a lei de Swift (equação (2.1)) e os coeficientes de Lankford obtidos para cada ensaio. Como cada ensaio foi repetido 5 vezes, é apresentado o desvio padrão (DP) obtido para o cálculo do coeficiente de Lankford. Alguns dos ensaios de tração foram realizados com inversão de carga, no regime elástico, o que permitiu obter uma estimativa para o módulo de Young do material de aproximadamente 70GPa;
- Ensaios de expansão biaxial (*bulge*): curvas tensão-deformação plástica para três ensaios. A Tabela 4.2 apresenta os valores determinados para a tensão biaxial, sendo que se optou por considerar o valor médio (276,77MPa).;
- Ensaios de compressão de disco: foram realizados com amostras circulares, considerando um ou cinco discos, sendo que no último caso se consideraram as deformações medidas na amostra central (terceiro disco). A Tabela 4.3 apresenta o valor de  $r_b$ , determinado para cada um dos casos.
- Ensaios de corte: curvas tensão-deformação plástica para provetes orientados a 0°, 45° e 90° com RD. Foram realizados 3 ensaios para cada orientação, incluindo reversão da direção de carga, para uma pré-deformação de 10%. A Tabela 4.4 apresenta a tensão limite de elasticidade inicial, determinada para cada ensaio, bem como o seu valor normalizado com a tensão limite de elasticidade à tração (RD).

**Tabela 4.1.** Parâmetros da Lei de Swift (Amaral, Leitão, Oliveira, Santos, Simões & Vincze, 2019).

$\theta$ [°]	$Y_0$ [MPa]	$K$ [MPa]	$n$	$\epsilon_0$	$r$	DP
0	228,92	322,55	0,0453	0,000516	0,364	0,0046
15	225,06	322,45	0,0478	0,000543	0,407	0,0061
30	227,86	314,58	0,0395	0,000285	0,644	0,0055
45	224,32	321,90	0,042	0,000186	1,000	0,0078
60	227,94	329,15	0,0436	0,000221	1,120	0,0114
75	239,91	333,80	0,0442	0,000571	1,143	0,0051
90	239,34	332,34	0,0415	0,000368	1,266	0,0159

**Tabela 4.2.** Valores de tensão biaxial obtidas para as três amostras consideradas (Amaral, Leitão, Oliveira, Santos, Simões & Vincze, 2019).

Amostra	$t$ [mm]	$\sigma_b$ [MPa]
BTs1	0,584	279,01
BTs2	0,581	272,76
BTs3	0,582	278,54

**Tabela 4.3.** Deformações obtidas da compressão de: (a) um disco circular (b) cinco discos circulares empilhados (Amaral, Leitão, Oliveira, Santos, Simões & Vincze, 2019).

(a)

Força [kN]	$\epsilon_{RD}$	$\epsilon_{TD}$
22,5	0,089	0,039
25	0,14	0,087
27,5	0,167	0,091
30	0,211	0,107
$r_b$	0,5346	

(b)

Força [kN]	$\epsilon_{RD}$	$\epsilon_{TD}$
22,5	0,039	0,018
25	0,127	0,058
27,5	0,141	0,069
30	0,215	0,102
$r_b$	0,4743	

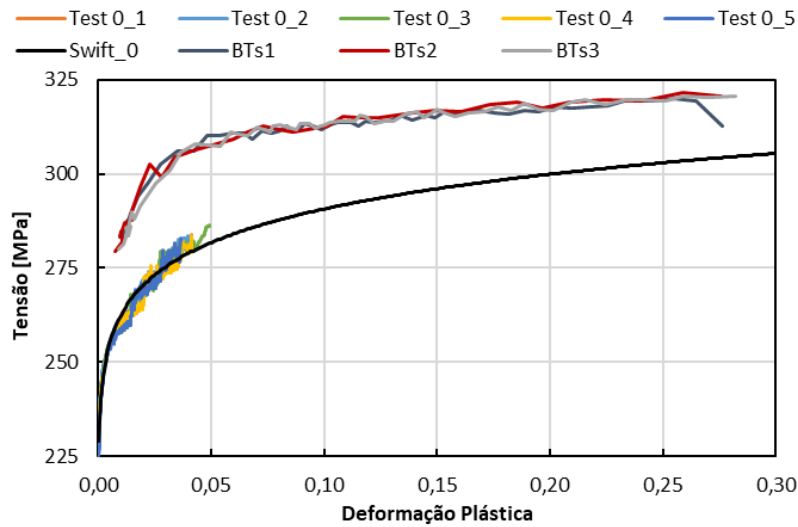
**Tabela 4.4.** Variação da razão entre a tensão limite elasticidade de corte e a tensão limite de elasticidade de tração segundo RD e variação tensão limite elasticidade de corte calculada.

$\theta$ [°]	$\tau_{\theta}/\sigma_{RD}$	$\tau_{\theta}$ [MPa]
0	0,515	117,89
45	0,539	123,39
90	0,522	119,50

#### 4.3.1. Lei de Encruamento Isotrópico

Tal como foi referido anteriormente, a lei de encruamento selecionada para este caso de estudo também foi a de Swift. Apesar de serem disponibilizados dados de ensaios de corte com inversão de trajetória, optou-se por considerar apenas encruamento isotrópico, por os resultados indicarem um efeito de Bauschinger muito reduzido. A lei de Swift selecionada neste caso foi a identificada para o ensaio de tração, para 0° com RD, cujos parâmetros estão apresentados na Tabela 4.1. A Figura 4.3 apresenta a comparação desta lei com os resultados experimentais, para os ensaios de tração a 0° com RD e para os ensaios de expansão. A análise desta figura permite evidenciar que também esta liga apresenta uma ductilidade muito reduzida à tração, trajetória para a qual o efeito de Portevin-Le Châtelier (PLC) (van den Beukel, 1975) é notório. O facto de neste caso não se ter incluído a informação extraída do ensaio de expansão biaxial na identificação da lei de encruamento, conduz a que o encruamento seja sobrestimado para valores elevados de deformação.

A análise da Figura 4.3 permite também evidenciar as dificuldades do ensaio de expansão biaxial na determinação da tensão para pequenos valores de deformação. Assim, optou-se por avaliar a variação da tensão limite de elasticidade inicial, no plano da chapa, com base no valor interpolado para uma deformação fixa de 0,035. A Tabela 4.5 apresenta os resultados obtidos, incluindo o desvio padrão para a tensão, determinado com base nos 5 ensaios realizados. Na Figura 4.4 comparam-se os valores obtidos para cada direção, com base nas leis de Swift apresentadas na Tabela 4.1, com os obtidos para o valor de deformação fixa (Tabela 4.5). Esta figura mostra que a distribuição obtida com base nos valores estimados com base na lei de Swift se encontra dentro do desvio-padrão determinado para os valores estimados para uma deformação fixa.

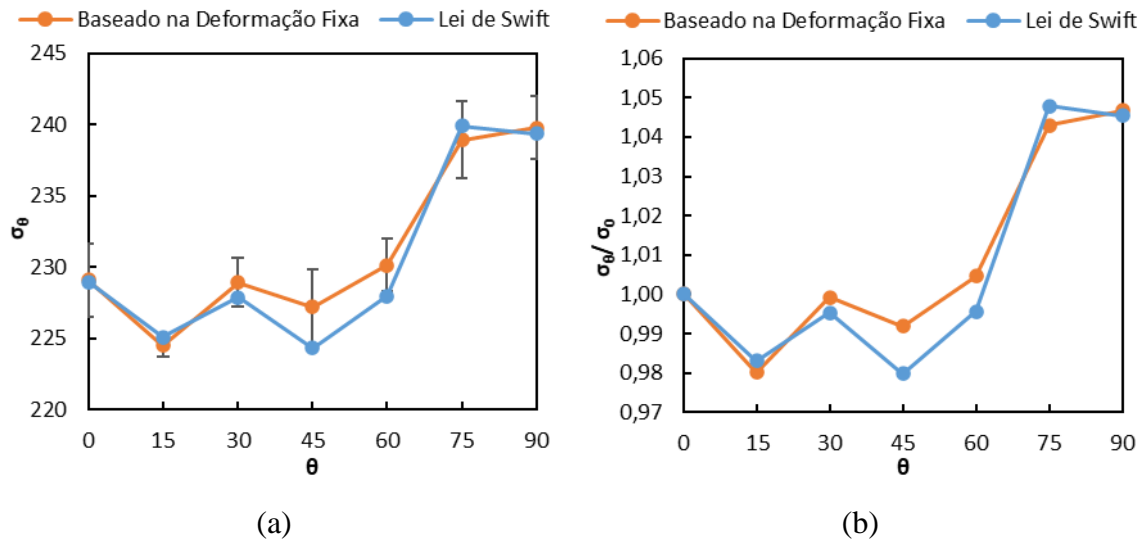


**Figura 4.3.** Comparação das curvas tensão-deformação obtidas com ensaios de tração, a 0º com RD e com ensaios biaxiais, com a lei de Swift.

**Tabela 4.5.** Variação da tensão limite de elasticidade inicial, respetiva normalização e desvio-padrão utilizando o método da deformação fixa (Amaral, Leitão, Oliveira, Santos, Simões & Vincze, 2019).

$\theta$ [°]	$\sigma_{\theta}$ [MPa]	$\sigma_{\theta}/\sigma_0$	DP [MPa]
0	229,07	1,0000	2,59
15	224,51	0,9801	0,81
30	228,89	0,9992	1,71
45	227,19	0,9918	2,62
60	230,13	1,0046	1,82
75	238,92	1,0429	2,68
90	239,77	1,0467	2,22

Tal como mencionado anteriormente, o DD3MAT utiliza os valores da tensão e não da tensão normalizada, pelo que os valores de  $\sigma_{\theta}/\sigma_0$  apresentados na Tabela 4.5 foram utilizados para determinar a tensão limite de elasticidade a utilizar como dado de entrada para a identificação de parâmetros. De acordo com a análise realizada na Figura 4.4, assumiu-se que estes valores correspondem a  $\bar{\epsilon}^p = 0$ . A Tabela 4.6 resume os parâmetros de *input* utilizados na identificação dos parâmetros de anisotropia, sendo que são indicados os dois valores de  $r_b$ , uma vez que não é possível determinar qual é o mais apropriado.



**Figura 4.4.** Comparação dos valores de tensão limite de elasticidade dados pela lei de Swift e obtidos através do método de deformação fixa: (a) valores absolutos (b) valores normalizados.

**Tabela 4.6.** Parâmetros de *input* para a identificação dos critérios de plasticidade para o caso ALCOA.

$\theta$ [°]	$\sigma_{\theta}$	$\tau_{\theta}$	$r, r_{b1}$	$r, r_{b2}$
0	228,92	117,89	0,3640	0,3640
15	224,36	-	0,4070	0,4070
30	228,74	-	0,6440	0,6440
45	227,04	123,39	1,0000	1,0000
60	229,98	-	1,1200	1,1200
75	238,76	-	1,1430	1,1430
90	239,61	119,50	1,2660	1,2660
Biaxial	276,77	-	0,5346	0,4743

### 4.3.2. Critérios de Plasticidade

Para este caso de estudo, foram realizadas identificações dos parâmetros de anisotropia para os dois valores de  $r_b$ , apresentados na Tabela 4.6, para o critério de plasticidade de CB2001 e para o CPB06ex2. As seções seguintes discutem esses resultados.



4.3.2.1. Critério CB2001

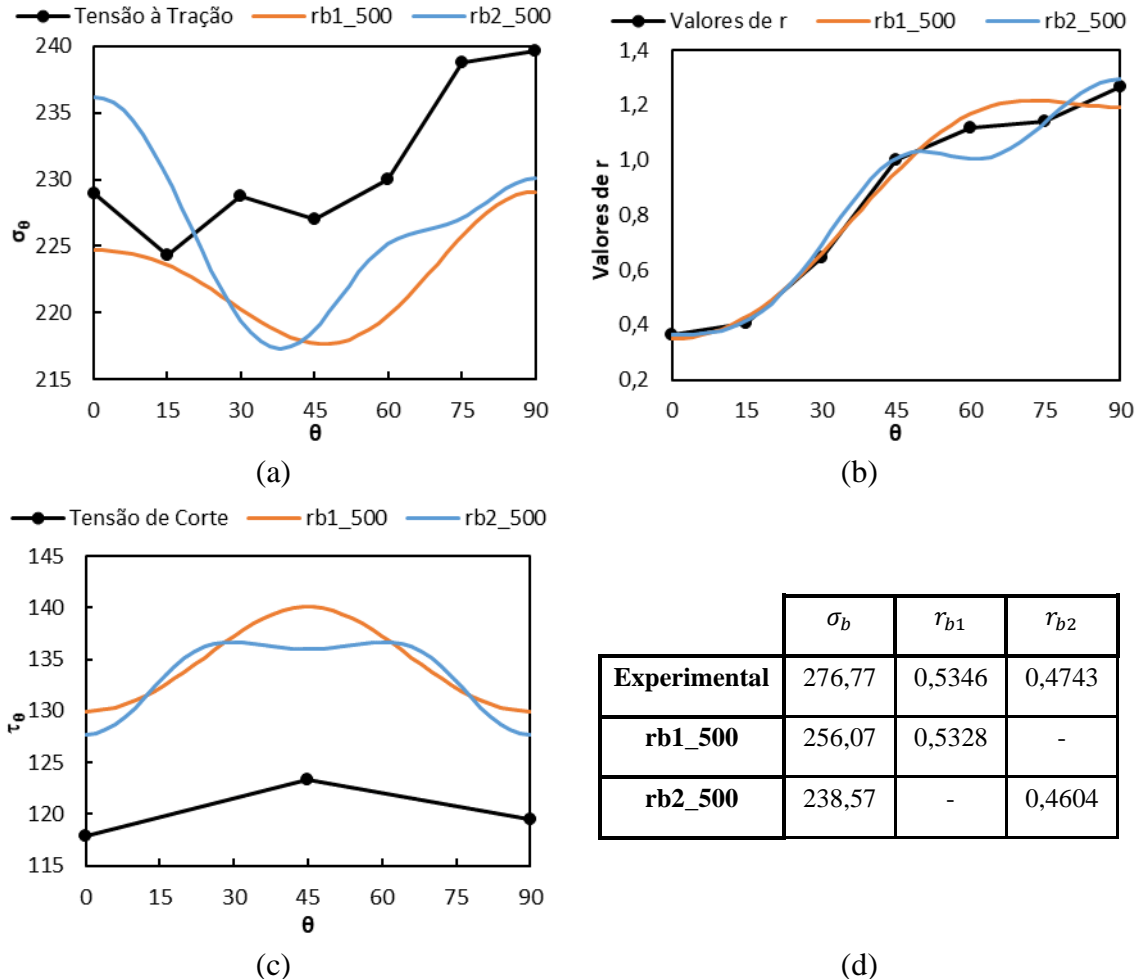


Figura 4.5. Previsão correspondente às identificações realizadas para o critério CB2001 de: (a) tensão à tração (b) coeficiente de Lankford (c) tensão de corte (d) valores biaxiais.

Nas identificações realizadas com o programa DD3MAT, para o critério CB2001, considerou-se sempre um peso de 1,0 para todos os *inputs*, apresentados na Tabela 4.6 e um número máximo de 500 iterações. A Figura 4.5 apresenta a comparação entre a variação dos valores da tensão limite de elasticidade à tração, dos valores de  $r$  e dos valores de tensão ao corte previstos pelas duas identificações apresentadas. O cálculo dos erros associados às previsões permite concluir que, a identificação considerando  $r_{b1}$  conduz a um menor erro para a distribuição da tensão à tração e dos coeficientes de Lankford. No entanto, a identificação com  $r_{b2}$  conduz a uma melhor aproximação para os coeficientes de Lankford a 15°, 45° e 75°, com RD. Também para os valores biaxiais a identificação com  $r_{b1}$  conduz a menores valores de erro. Apenas para a distribuição da tensão de corte, o erro obtido pela

identificação com  $r_{b2}$  é menor, como se pode observar na Figura 4.5 (c). No global, importa mencionar que ambas as identificações não permitem capturar a tendência crescente observada para a distribuição das tensões limite de elasticidade no plano. Os parâmetros de anisotropia são apresentados na Tabela B.4 e na Tabela B.5, para  $r_{b1}$  e  $r_{b2}$ , respetivamente.

#### 4.3.2.2. Critério CPB06ex2

À semelhança do que foi feito para o primeiro caso de estudo, foram realizadas seis identificações para este critério:  $a = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ . Todas as identificações consideraram o mesmo peso de 1,0 para todos os *inputs*, apresentados na Tabela 4.6, e um número máximo de 1000 iterações. Como foram considerados os dois valores de  $r_b$ , será feita a análise de resultados para cada valor e só posteriormente a sua comparação.

A Figura 4.6 apresenta o resumo dos resultados relativos às identificações obtidas para  $r_{b1}$ . A análise da Figura 4.6 sugere que a identificação para  $a = 4$  conduz a uma melhor previsão da distribuição das tensões de tração e de corte no plano. No entanto, o cálculo do erro indica que a previsão obtida para  $a = 8$  é a que melhor aproxima os dados experimentais de tensão, uma vez que este erro inclui também solitação biaxial, que não está incluída nas figuras. Excetuando o caso para  $a = 2$ , todas as identificações reproduzem a distribuição dos coeficientes de Lankford, sendo que o menor valor do erro é obtido para  $a = 10$ .

A Figura 4.7 apresenta o resumo dos resultados relativos às identificações obtidas para  $r_{b2}$ . A identificação com  $a = 12$  é a que apresenta menores valor de erro na previsão das tensões limite de elasticidade à tração e ao corte. A distribuição dos coeficientes de Lankford é bem descrito por todas as identificações, exceto para  $a = 2$ , sendo que o cálculo do erro associado mostra que o menor valor é obtido para  $a = 10$ .

A comparação entre os resultados obtidos para os dois conjuntos de parâmetros de entrada  $r_{b1}$  e  $r_{b2}$  mostra um comportamento semelhante para todas as variáveis analisadas. Em ambos os casos, as identificações são muito semelhantes para  $a = 2, 4, 6, 8$  e 10. Para  $a = 12$ , no caso  $r_{b1}$  a identificação é muito semelhante à obtida com  $a = 10$ , enquanto que para  $r_{b2}$  se obtém uma solução completamente diferente, que recupera melhor a distribuição no plano das tensões de tração e de corte, mas perde no ajuste dos coeficientes de Lankford. Globalmente, nenhuma das identificações permite capturar a tendência crescente observada para a distribuição das tensões limite de elasticidade no plano.

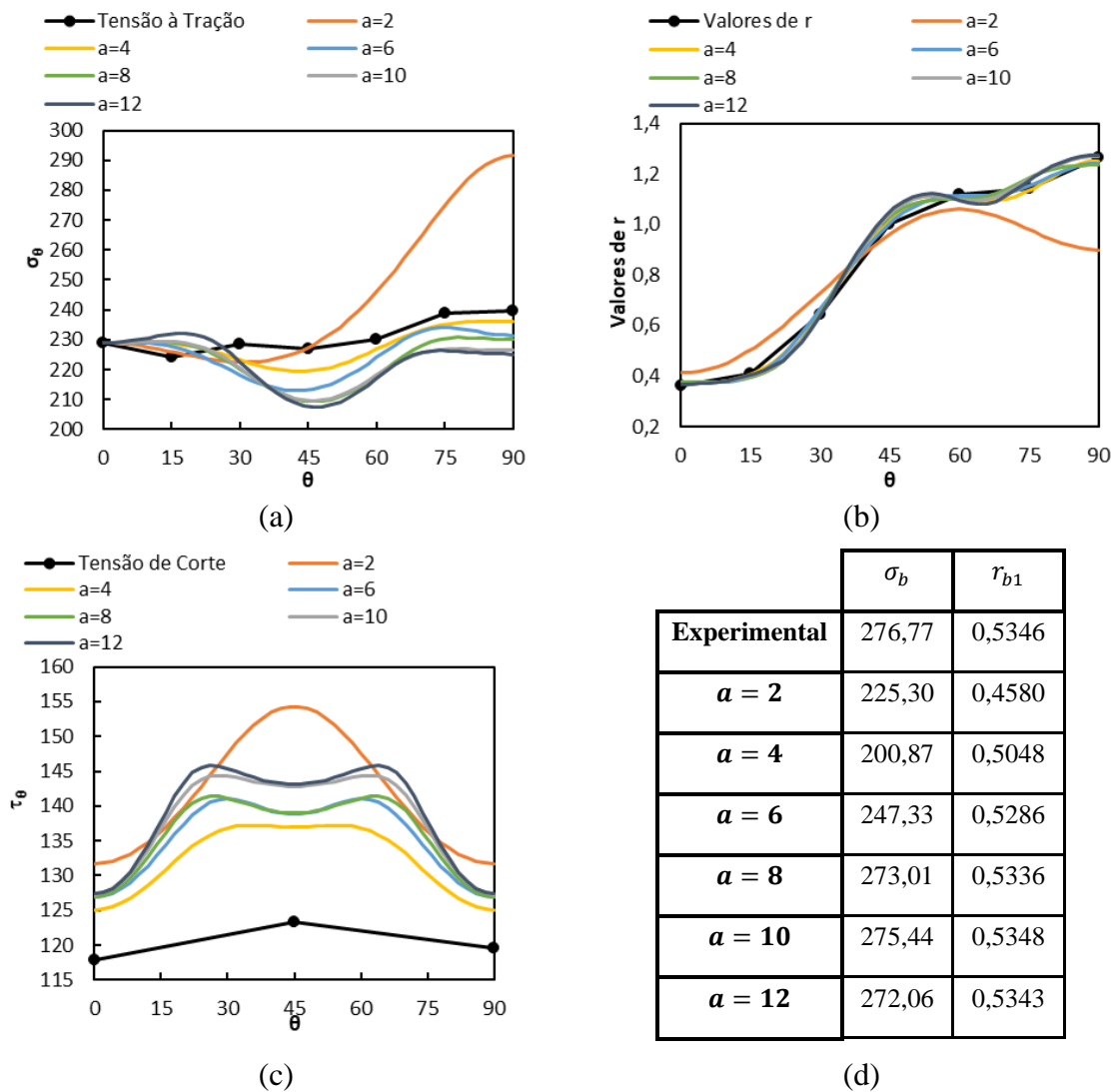


Figura 4.6. Previsão correspondente às identificações realizadas para o critério CPB06ex2 para  $r_{b1}$  de: (a) tensão à tração (b) coeficiente de Lankford (c) tensão de corte (d) valores biaxiais.

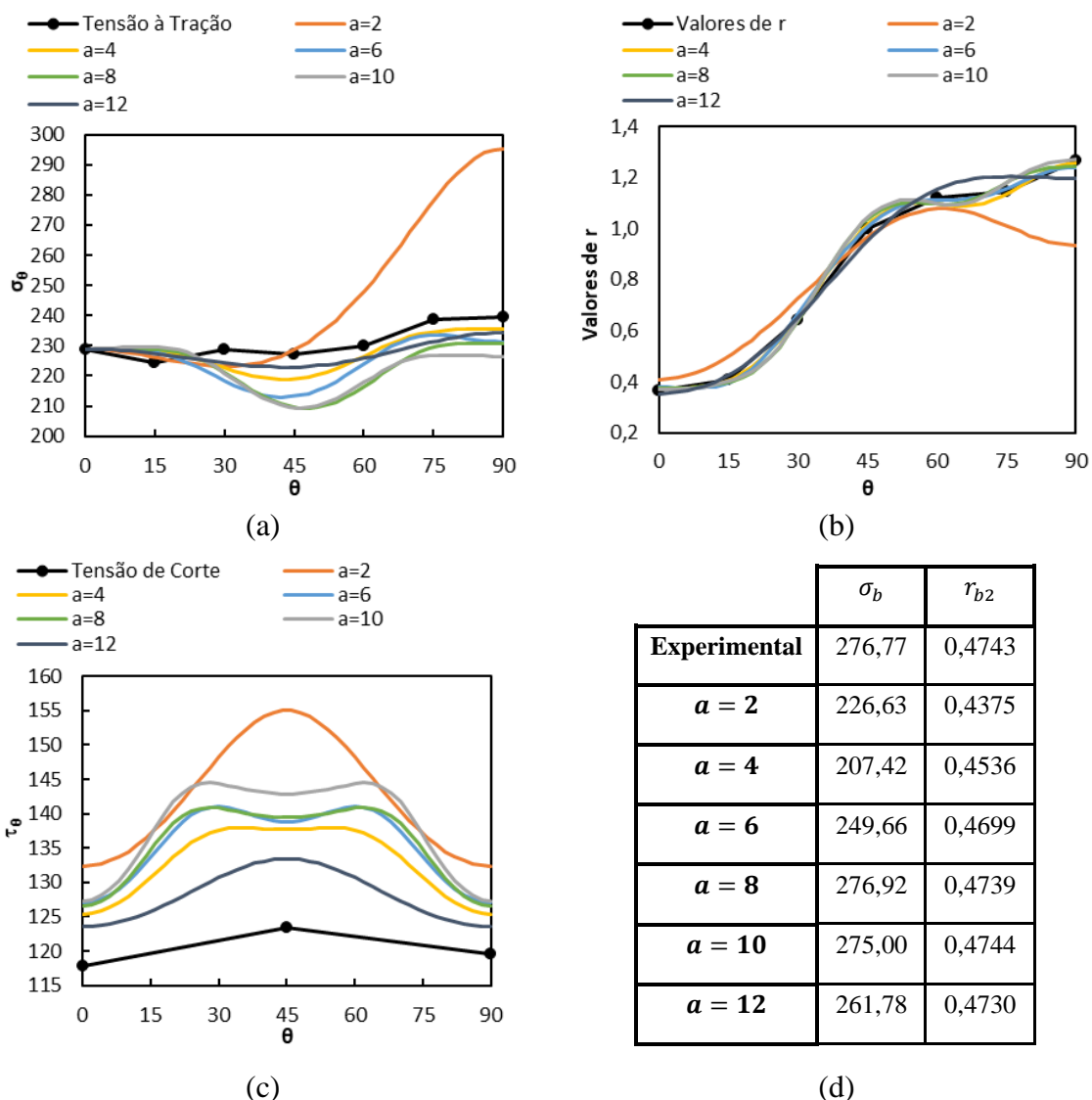


Figura 4.7. Previsão correspondente às identificações realizadas para o critério CPB06ex2 para  $r_{b2}$  de: (a) tensão à tração (b) coeficiente de Lankford (c) tensão de corte (d) valores biaxiais.

### 4.3.2.1. Comparação dos Critérios Obtidos

Também para o presente caso se procedeu à comparação das identificações com recurso ao método apresentado na Secção 2.3. Os ensaios de cortes estão representados pela sigla PS (*Pure shear*). Os valores de desvio para as tensões são apresentados na Figura 4.8 e na Figura 4.9, para  $r_{b1}$  e  $r_{b2}$ , respetivamente. A análise das figuras foi utilizada maioritariamente para facilitar a escolha entre a utilização de  $r_{b1}$  ou  $r_{b2}$ . A identificação com  $r_{b1}$  parece ser mais indicada, uma vez que o intervalo de desvios no caso da solicitação de corte (PS) em RD e 90° é maior para  $r_{b2}$ . Tal como no primeiro caso de estudo, optou-se por

selecionar a identificação com um grau de homogeneidade igual a 8, por se tratar de um material de estrutura CFC (Cazacu, 2018). Os parâmetros de anisotropia são apresentados na Tabela B.6 para a identificação com  $r_{b1}$ .

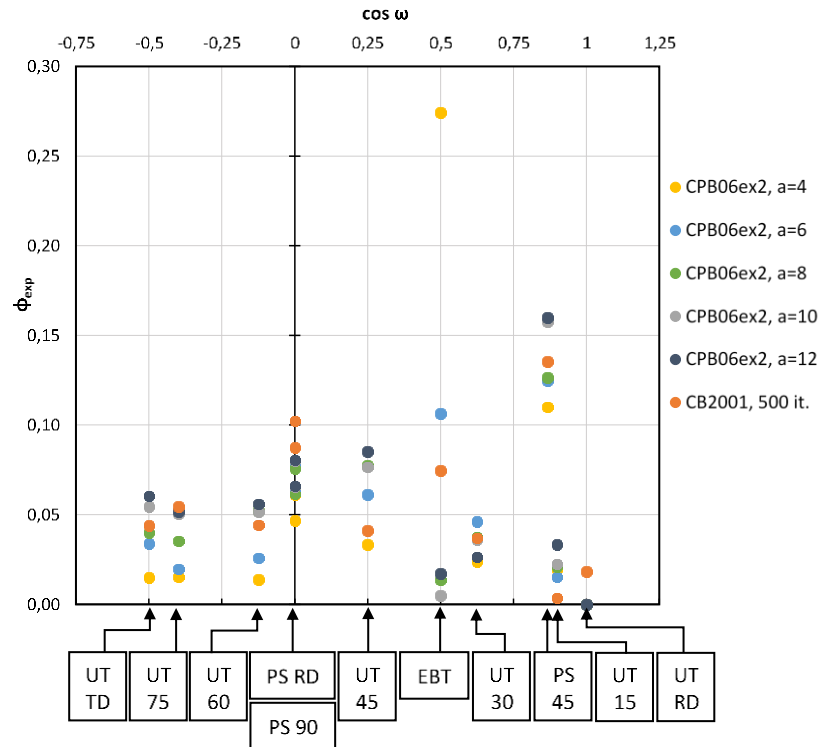


Figura 4.8. Comparação dos critérios obtidos para o caso ALCOA  $r_{b1}$ .

Na Figura 4.10 apresentam-se os cortes das superfícies de plasticidade obtidas para as identificações, para  $r_{b1}$  e  $r_{b2}$ . Para  $r_{b1}$  e  $a \geq 6$  é possível a grande semelhança entre as superfícies, em particular na zona correspondente à deformação plana, com diferenças mais acentuadas na zona da tensão equibiaxial. Neste caso, as identificações com  $a = 10$  e  $a = 12$  praticamente idênticas, neste plano, e muito próximas da  $a = 8$ . No caso de  $r_{b2}$ , observa-se uma maior influência de  $a$  na previsão da tensão biaxial.

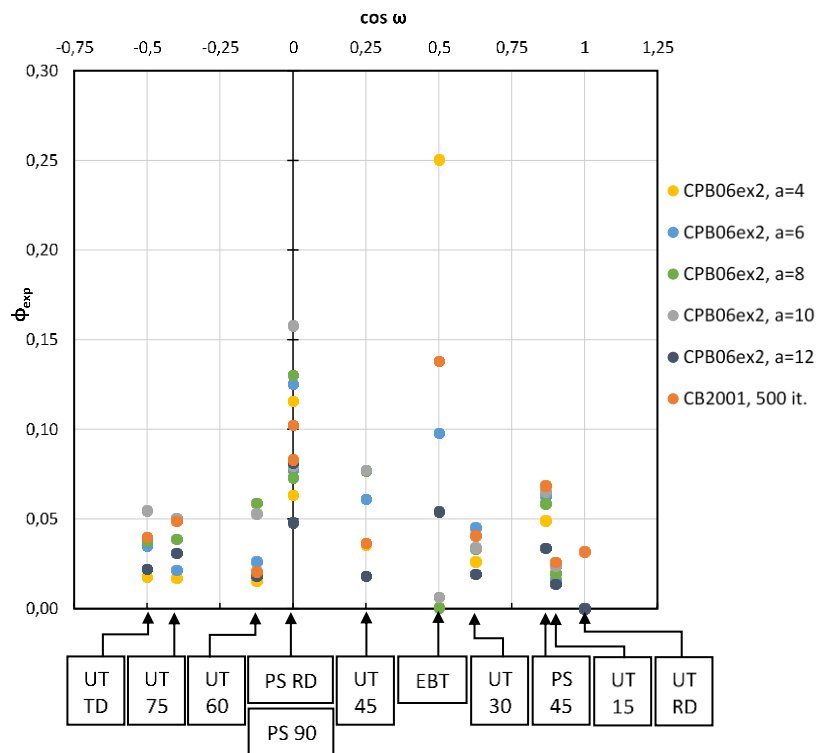


Figura 4.9. Comparação dos critérios obtidos para o caso ALCOA  $r_{b2}$ .

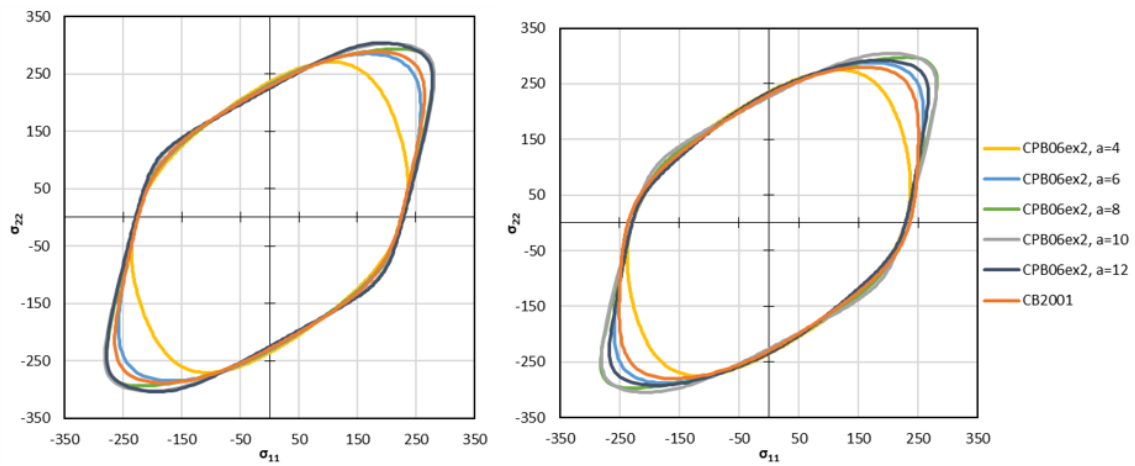


Figura 4.10. Comparação das superfícies de plasticidade para as identificações consideradas para o caso ALCOA com: (a)  $r_{b1}$  (b)  $r_{b2}$ .

## 5. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Esta secção apresenta os resultados das simulações realizadas para os dois casos de estudo bem como a sua análise. Inicialmente serão discutidos os resultados dos casos BM3 e ALCOA individualmente, para de seguida apresentar uma discussão acerca das semelhanças observadas na fase de estampagem. A última subsecção apresenta uma discussão detalhada da comparação com resultados experimentais, para o caso ALCOA.

### 5.1. Primeiro caso de estudo: BM3

Para este primeiro caso de estudo, serão analisados os resultados requeridos no *benchmark*. Desta forma, são analisadas as previsões das orelhas, após estampagem e após estampagem inversa. Em relação à previsão da fratura, é analisada a localização da deformação, na etapa de expansão. Serão analisados os resultados obtidos para as duas simulações realizadas para o critério CPB06ex2, com  $a = 8$  e  $a = 10$ .

#### 5.1.1. Estampagem

A Figura 5.1 apresenta a evolução da força total do punção 1, ou seja, para o modelo completo, em função do seu deslocamento. A evolução da força indica que a estampagem completa ocorre, para ambos os casos, para um deslocamento do punção de aproximadamente 36mm. Antes de ser atingido o deslocamento máximo de 38mm, que foi definido como o final da fase de estampagem, observa-se uma subida na força do punção 1, que resulta do contacto da chapa com o cerra-chapas 2, da fase de estampagem inversa. A presença desta ferramenta nesta primeira fase deve-se ao facto de as três operações – estampagem, estampagem inversa e expansão – terem sido realizadas em sequência, o que requer que todas as ferramentas estejam presentes deste o início.

Na Figura 5.2 (a) apresenta-se a evolução da força total do cerra-chapas 1 em função do deslocamento do punção 1. A descida repentina na força do cerra-chapas 1 para um deslocamento de cerca de 32,1mm do punção, no caso de  $a = 10$ , e de 32,4mm no caso de  $a = 8$ , assinala o momento em que a chapa perde contacto com esta ferramenta. Este instante não dita o final do processo, uma vez que a chapa tem que percorrer o raio da matriz 1 para garantir uma parede vertical na taça.

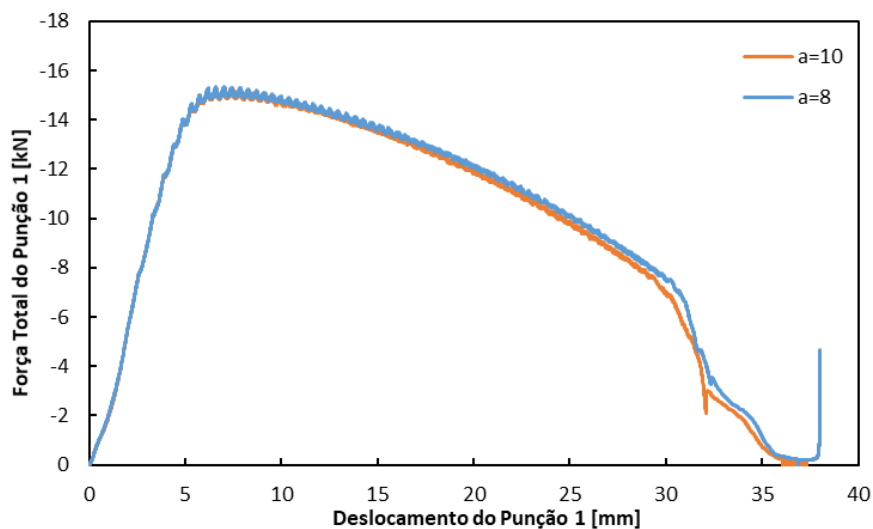


Figura 5.1. Evolução da força total do punção 1 em função do deslocamento do mesmo para o critério CPB06ex2 com  $a=8$  e  $a=10$ .

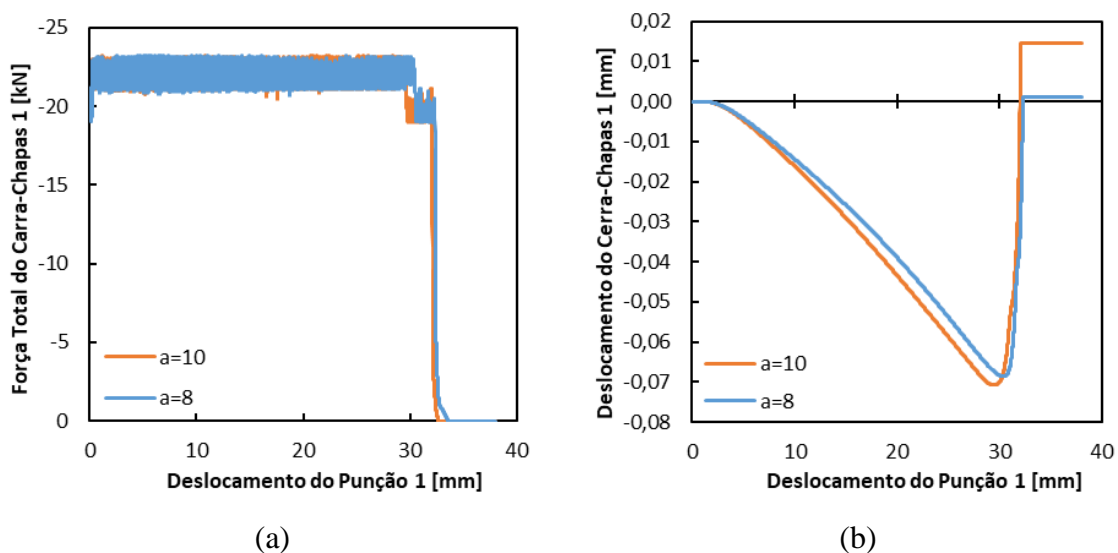


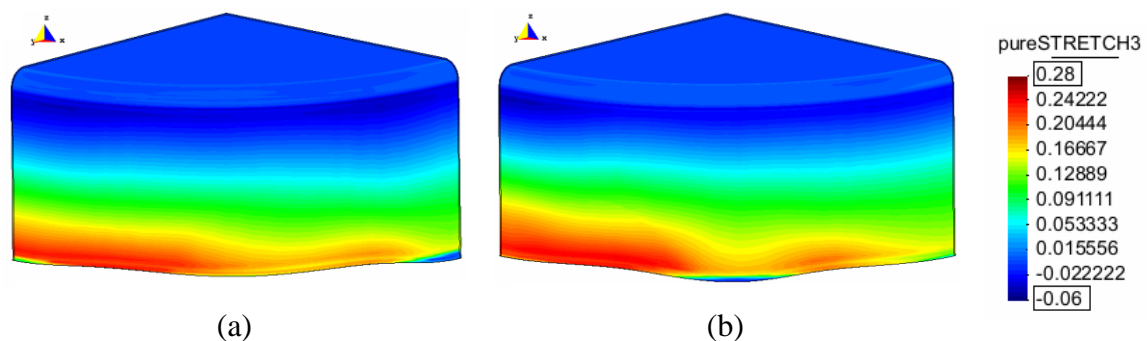
Figura 5.2. Evolução de (a) força total (b) deslocamento do cerra-chapas 1 para o critério CPB06ex2 com  $a=8$  e  $a=10$ .

A evolução do deslocamento do cerra-chapas 1 em função do deslocamento do punção 1 é apresentada na Figura 5.2 (b). O deslocamento vertical varia durante o processo, de forma a que a força do cerra-chapas 1 se mantenha relativamente constante. O deslocamento vertical ocorre principalmente devido ao momento gerado enquanto a chapa se curva em torno do raio da matriz e ao aumento da espessura da flange da chapa. Este deslocamento é maioritariamente negativo, ou seja, é realizado no sentido contrário àquele em que o punção 1 se move. À medida que a chapa começa a perder contacto com o cerra-chapas o seu deslocamento vertical inverte o sentido, atingindo um valor positivo e,



eventualmente, o seu máximo após a perda de contacto com a chapa. O valor máximo (positivo) permitido para o deslocamento do cerra-chapas é definido de forma a evitar um aperto excessivo da chapa durante esta fase.

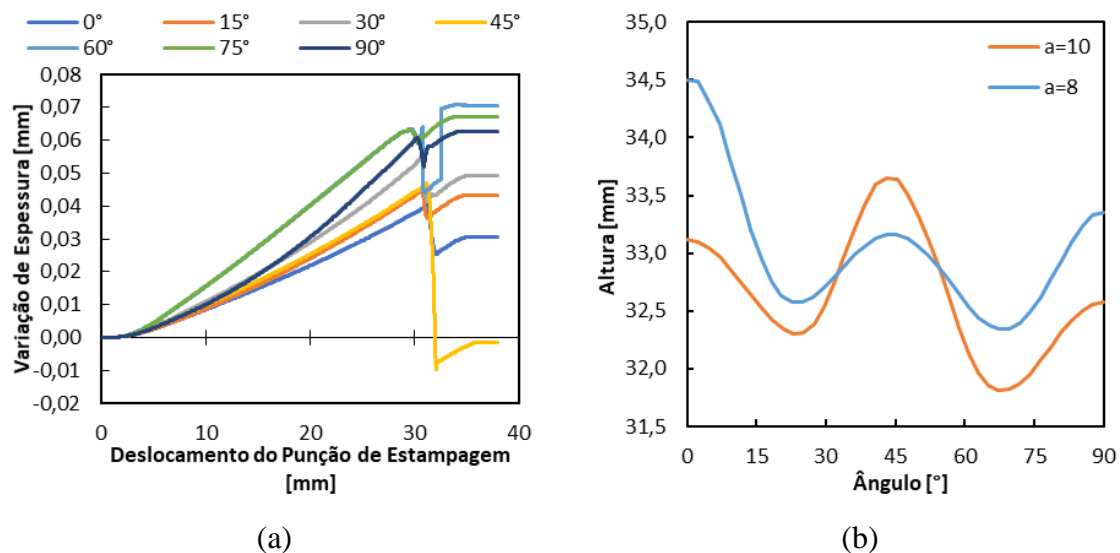
A Figura 5.3 apresenta a variação de espessura na taça, no final da etapa estampagem, e permite corroborar o aumento da espessura da chapa na flange, o que conduz ao aumento da espessura ao longo da parede vertical. Para esta fase de estampagem, observa-se um aumento de espessura maior para direções superiores a  $45^\circ$  em relação a RD, para ambas as identificações. Na zona de transição entre o raio de curvatura do punção 1 e a parede vertical observa-se uma redução da espessura inicial. Esta zona é normalmente identificada como a crítica para a localização da deformação, na estampagem de taças cilíndricas.



**Figura 5.3.** Distribuição da deformação na direção da espessura após o processo de estampagem: (a)  $\alpha=8$  (b)  $\alpha=10$  (vista interior da taça).

Para tentar compreender melhor a distribuição da espessura na superfície livre da aba da taça, foi analisada a variação de espessura, durante o processo de estampagem, para pontos localizados a cada  $15^\circ$  com RD. Os resultados obtidos com a identificação  $\alpha = 10$  são apresentados na Figura 5.4 (a). Estes pontos estão, à partida, sujeitos a um estado de compressão na direção circunferencial, pelo que sofrem um aumento de espessura, que é tanto maior quanto menor é o valor do coeficiente de Lankford associado a essa direção. Assim, o aumento de espessura é menor para o material localizado mais próximo de RD, que está sujeito a maiores valores de  $r$  (ver Figura 3.10). A análise da Figura 5.4 (a) também permite evidenciar que a força do cerra-chapas não se distribui de forma uniforme, em consequência do aumento heterogéneo da espessura da chapa (Barros et al., 2015). Neste caso, a força concentra-se no material localizado mais próximo de TD, o que introduz uma componente de tensão na direção da espessura, que contribui para alterar o estado de tensão mesmo para os pontos localizados na superfície livre. Este aspeto será discutido em maior detalhe na análise das trajetórias de deformação. A análise da Figura 5.4 (a) permite também

evidenciar a diminuição da espessura na borda da chapa aquando da perda de contacto entre esta e o cerra-chapas. Para a direção a  $45^\circ$  observa-se uma redução particularmente acentuada, quando comparada com as outras direções, o que aliás é visível na Figura 5.4 (a). Isto evidencia o facto de a força do cerra-chapas não ter uma distribuição uniforme ao longo da flange o que leva a um ligeiro estiramento (*ironing*) da chapa na zona de maior altura da taça. A Figura 5.4 (b) evidencia que o estiramento ocorre em regiões distintas em função da identificação selecionada: RD no caso  $a = 8$  e  $45^\circ$  no caso  $a = 10$ . Este facto pode estar relacionado com a diferente previsão para a distribuição das tensões de corte (ver Figura 3.10), que são globalmente maiores para a identificação  $a = 10$ . Para materiais isotrópicos observa-se que o aumento da tensão de corte conduz a um aumento da espessura e conseqüente redução da altura da taça (Oliveira et al., 2015).



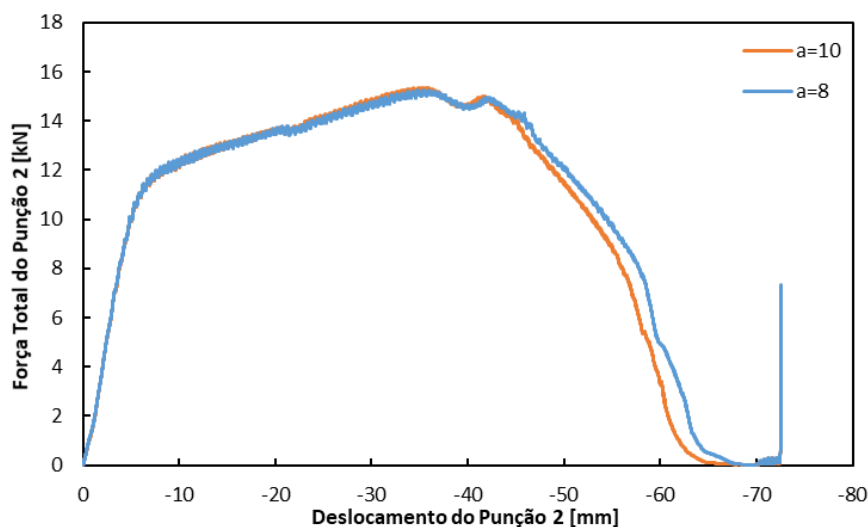
**Figura 5.4.** (a) Variação da espessura durante a fase de estampagem para o critério CPB06ex2 com  $a=10$  (b) Altura da taça após estampagem para o critério CPB06ex2 com  $a=8$  e  $a=10$ .

A análise da evolução do deslocamento do cerra-chapas 1 (ver Figura 5.2 (b)) também evidencia as diferenças nos resultados obtidos com as duas identificações. Neste caso observa-se que para  $a = 10$  a chapa perde contacto com a ferramenta para um deslocamento menor do punção 1. No global, este facto indicia que a altura desta taça é menor, o que é corroborado pela variação da altura da taça em função do ângulo em relação a RD, apresentada na Figura 5.4 (b). De facto, os perfis de altura são bastante distintos. No caso  $a = 8$ , a taça apresenta uma altura média de 33,02mm com uma variação máxima de 1,48mm, enquanto que para  $a = 10$  a taça apresenta uma altura média de 32,64mm com uma variação máxima de 1,01mm. O facto de a altura da taça ser superior para  $a = 8$

coincide com a maior amplitude prevista para as tensões à tração (ver Figura 3.10). Como ambas as identificações preveem tensões mais elevadas para TD, a magnitude da orelha é superior para RD, como se observa na Figura 5.4 (b). Em ambos os casos, foram observadas 8 orelhas quando se considera a taça completa, valor este que coincide com o habitualmente observado para alumínios. De facto, a distribuição das orelhas é idêntica ao mesmo número de inversões na tendência dos valores de  $r$  (ver Figura 3.10).

### 5.1.2. Estampagem Inversa

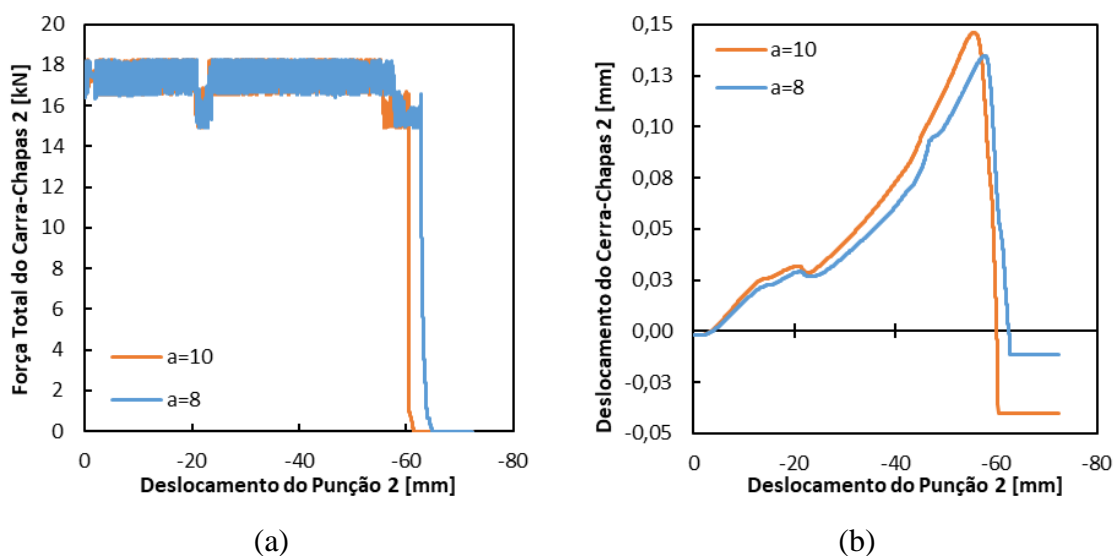
A evolução da força total do punção 2 em função do seu deslocamento é apresentada na Figura 5.5. À semelhança do que acontece na estampagem, o final da estampagem inversa (força do punção nula), ocorre próximo dos 66mm, no caso de  $a = 10$ , e de 68mm, no caso de  $a = 8$ . Isto está relacionado com o facto de no fim da fase de estampagem a altura da taça ser superior para  $a = 8$ . Também nesta etapa, à semelhança do que se observou para a fase de estampagem, a força exercida pelo punção 2 volta a subir, porque neste caso a chapa estabelece contacto com o suporte da fase de expansão.



**Figura 5.5.** Evolução da força total do punção 2 em função do deslocamento do mesmo para o critério CPB06ex2 com  $a=8$  e  $a=10$ .

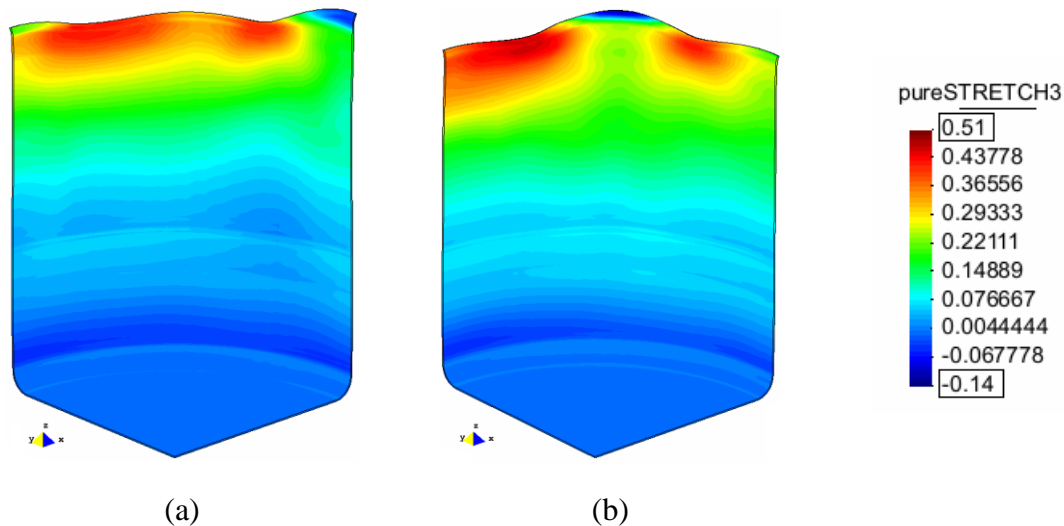
Na Figura 5.6 (a) apresenta-se a evolução da força total do cerra-chapas 2 em função do deslocamento do punção 2. É possível observar que a perda de contacto entre a chapa e o cerra-chapas se dá primeiro para  $a = 10$ , para um deslocamento do punção 2 de aproximadamente 61mm, e só depois para  $a = 8$ , para um deslocamento de aproximadamente 65mm. A Figura 5.6 (b) apresenta a conseqüente variação do deslocamento vertical do cerra-chapas ao longo da fase de estampagem inversa. É de notar, que no início desta fase há um deslocamento negativo muito reduzido, de modo a garantir a

força de aperto requerida. No entanto, o aumento de espessura promovido pelo estado de compressão na direção circunferencial, induz o deslocamento positivo, que no global é maior para  $a = 10$ . Na Figura 5.7 apresenta-se a variação de espessura na chapa, no final do processo de estampagem inversa, sendo possível observar um maior aumento de espessuras para as alturas maiores da taça. A comparação com a Figura 5.3 mostra que o aumento de espessura no topo da parede vertical é maior próximo de TD, mas também ocorre para direções abaixo de  $45^\circ$  com RD. As zonas sujeitas a estiramento são idênticas às da fase de estampagem, sendo distintas em função da identificação utilizada.

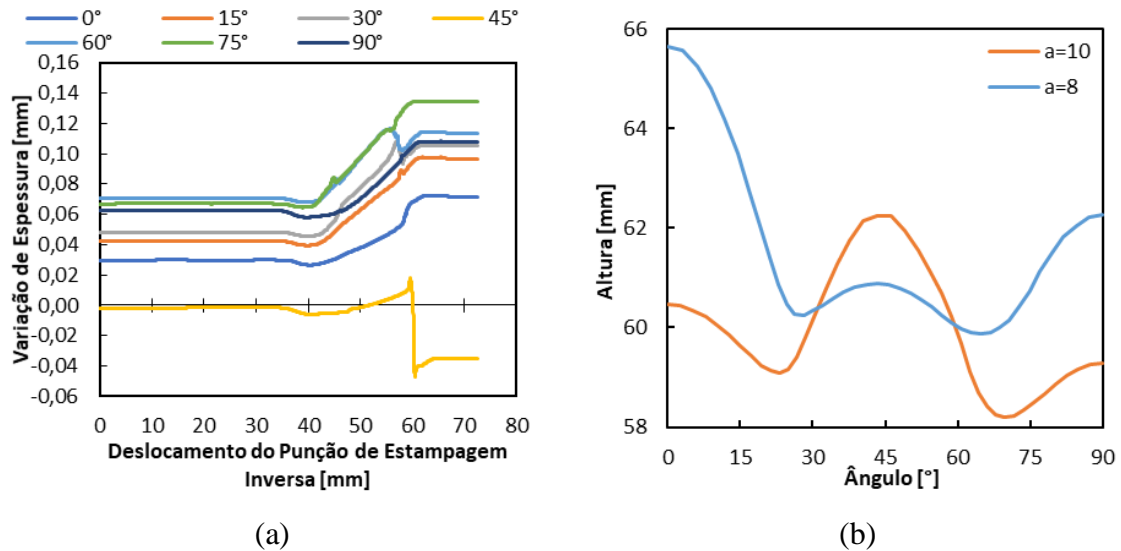


**Figura 5.6.** Evolução de (a) força total (b) deslocamento do cerra-chapas 2 para o critério CPB06ex2 com  $a=8$  e  $a=10$ .

A Figura 5.8 (a) apresenta a evolução da variação da espessura nalguns pontos seleccionados no bordo livre da chapa, durante a fase de estampagem inversa, para  $a = 10$ . A comparação com a Figura 5.4 (a) permite evidenciar que a tendência do aumento de espessura é idêntico para todas as direções, exceto a  $45^\circ$  com RD, em consequência do forte estiramento observado na fase de estampagem. A Figura 5.8 (b) apresenta os perfis da altura da taça após o processo de estampagem inversa. Estes são muito semelhantes aos observados após estampagem, ainda que mais acentuados. De facto, para o caso de  $a = 8$  a altura média é de 61,39mm com uma variação máxima de 4,25mm e, para o caso de  $a = 10$ , a altura média é de 59,86mm com uma variação máxima de 2,39mm. As taças apresentam à mesmas 8 orelhas.



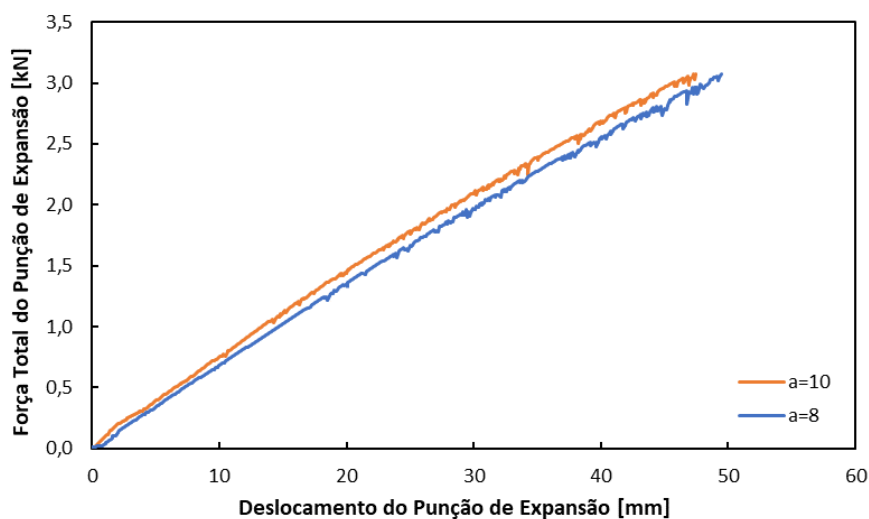
**Figura 5.7.** Distribuição da deformação na direção da espessura após o processo de estampagem inversa: (a)  $a=8$  (b)  $a=10$  (vista interior da taça).



**Figura 5.8.** (a) Variação da espessura durante a fase de estampagem inversas para o critério CPB06ex2 com  $a=10$  (b) Altura da taça após estampagem inversa para o critério CPB06ex2 com  $a=8$  e  $a=10$ .

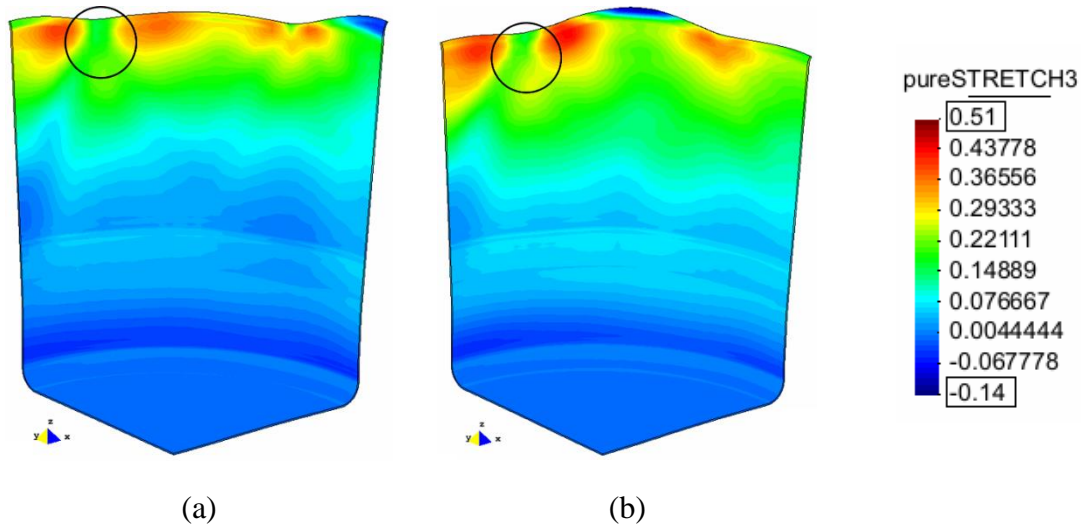
### 5.1.3. Expansão

A evolução da força do total do punção de expansão em função do seu deslocamento é apresentada na Figura 5.9. A diferença na altura das taças no fim da fase de estampagem inversa influencia o deslocamento para o qual ocorre contacto com o punção de expansão. No entanto, procurou-se garantir um deslocamento total idêntico para as duas identificações. Na fase inicial, a força exercida pelo punção de expansão aumenta mais rapidamente para  $a = 10$  do que para  $a = 8$ , o que pode estar relacionado com a maior espessura globalmente prevista para  $a = 10$  (ver Figura 5.7), o que também justifica o maior valor de força para esta identificação. Em ambos os casos, a força aumenta de forma linear.

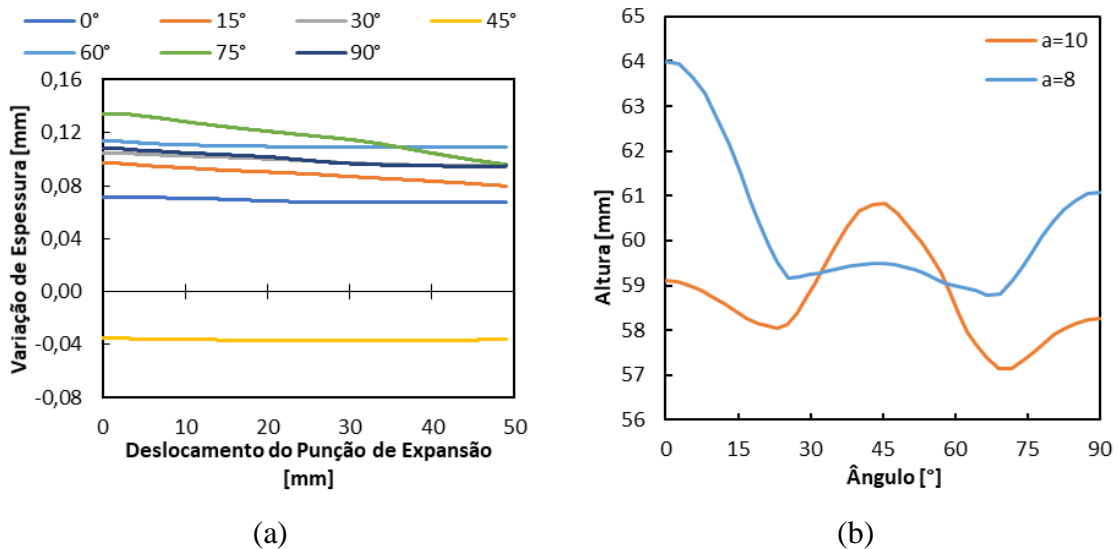


**Figura 5.9.** Evolução da força total do punção de expansão em função do deslocamento do mesmo para o critério CPB06ex2 com  $a=8$  e  $a=10$ .

Na Figura 5.10 apresenta-se a variação da espessura na chapa após o processo de expansão. Na generalidade, a rutura é associada a zonas onde se observa uma forte redução da espessura da chapa metálica, o que não se observa neste caso. No entanto, a comparação da Figura 5.7 com a Figura 5.10 permite constatar que, nas zonas assinaladas com um círculo na Figura 5.10, existe uma redução considerável da espessura de uma fase para a outra. Esta área corresponde a uma direção a cerca de  $75^\circ$  em relação a RD sendo esta a zona onde é expectável que ocorra a localização da deformação. No entanto, para confirmar este resultado é necessário aumentar o deslocamento do punção de expansão. A Figura 5.11 (a) apresenta a variação da espessura da taça durante a fase de expansão, para os pontos localizados na superfície livre, o que permite observar a maior redução de espessura para a direção a  $75^\circ$  com RD. Isto confirma a análise da Figura 5.10, pelo menos para a identificação com  $a = 10$ . A Figura 5.11 (b) apresenta o perfil da altura da taça no final do processo de expansão. Para  $a = 8$ , a altura média é de 60,19mm com uma variação máxima de 3,80mm e, para  $a = 10$ , a altura média é de 58,73mm com uma variação máxima de 2,09mm, observando-se as mesmas 8 orelhas.



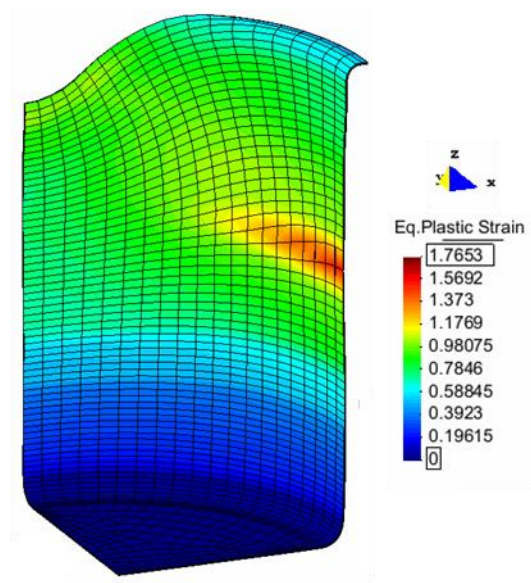
**Figura 5.10.** Deformação na direção da espessura após expansão e sinalização da ocorrência de possível estiramento: (a)  $\alpha=8$  (b)  $\alpha=10$ .



**Figura 5.11.** (a) Variação da espessura durante a fase de expansão para o critério CPB06ex2 com  $\alpha=10$  (b) Altura da taça após expansão para o critério CPB06ex2 com  $\alpha=8$  e  $\alpha=10$ .

Como foi mencionado anteriormente, a malha grosseira foi utilizada numa fase inicial, para aferir a definição das fases do processo de conformação e das ferramentas utilizadas. Um dos objetivos era ajustar as posições iniciais das ferramentas e os seus deslocamentos, por forma a minimizar o deslocamento da chapa sem contacto com as ferramentas. Neste contexto, optou-se por recorrer ao critério de Hill'48, identificado com base nos coeficientes de Lankford (Figura 3.11), de modo a reduzir o tempo de cálculo. No entanto, concluiu-se que este procedimento de ajuste não poderia ser feito com esta malha grosseira e este critério, uma vez que ocorre localização da deformação durante o processo de estampagem inversa, como se ilustra na Figura 5.12. Devido à anisotropia, a força do cerra-chapas na etapa de estampagem inversa concentra-se na zona mais próxima da direção

de laminagem, o que conduz à localização da deformação. Este facto permite evidenciar a influência da discretização na previsão de defeitos de estampagem. Assim, a fase final de ajuste das ferramentas teve que ser realizada com a malha refinada, o que corresponde a um aumento do tempo computacional de cerca de três horas para quinze horas.



**Figura 5.12.** Ilustração do fenómeno verificado com a utilização da malha mais grosseira durante a fase de estampagem inversa.

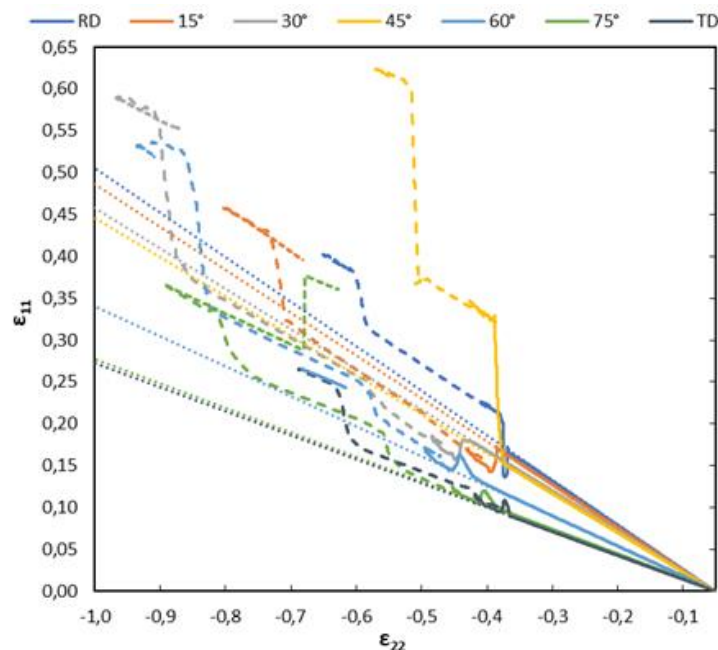
#### 5.1.4. Trajetórias de deformação

Na Figura 5.13 apresentam-se as trajetórias de deformação para os pontos localizados na superfície livre da chapa, para diferentes orientações em relação a RD, para a identificação realizada para  $a = 10$ . No global, os pontos apresentam uma trajetória situada entre o corte e a compressão uniaxial nas fases inicial de estampagem e estampagem inversa, que muda para próximo da deformação plana no final destas fases. A fase de expansão corresponde a tração na direção circunferencial, o que implica o aumento de  $\varepsilon_{22}$ . Estes resultados corroboram os apresentados em trabalhos anteriores relativos ao mesmo processo (Carvalho, 2016; Watson et al., 2016). Por último, importa referir que na fase de estampagem e estampagem inversa a compressão corresponde a  $\varepsilon_{22}$ .

Na Figura 5.13 apresentam-se a tracejado os declives ditados pelos coeficientes de Lankford para a trajetória de compressão, de modo a auxiliar a interpretação. Importa mencionar que, para realizar a análise da razão entre  $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$  com base nos valores dos coeficientes de Lankford, estes devem ser determinados com base na razão entre  $\varepsilon_{11}/\varepsilon_{33}$ .



Por exemplo, a trajetória de compressão é próxima de  $-2.0$  para os pontos a  $0^\circ$  e a  $45^\circ$ , sendo que é ligeiramente menos negativa para  $0^\circ$ , porque o valor de  $r_{90}$  é ligeiramente superior a  $1.0$ , enquanto que o inverso é observado para  $45^\circ$ . Para o ponto localizado em TD, a razão entre  $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$  para a trajetória de compressão é próxima de  $-3.5$ , de acordo com o valor de  $r_0$  claramente inferior a  $1.0$ . O facto da trajetória apresentada na Figura 5.13 apresentar uma razão  $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$  muito próxima deste valor indicia um efeito muito reduzido da tensão de compressão imposta na direção normal à superfície da chapa, pelo contacto com o cerra-chapas.



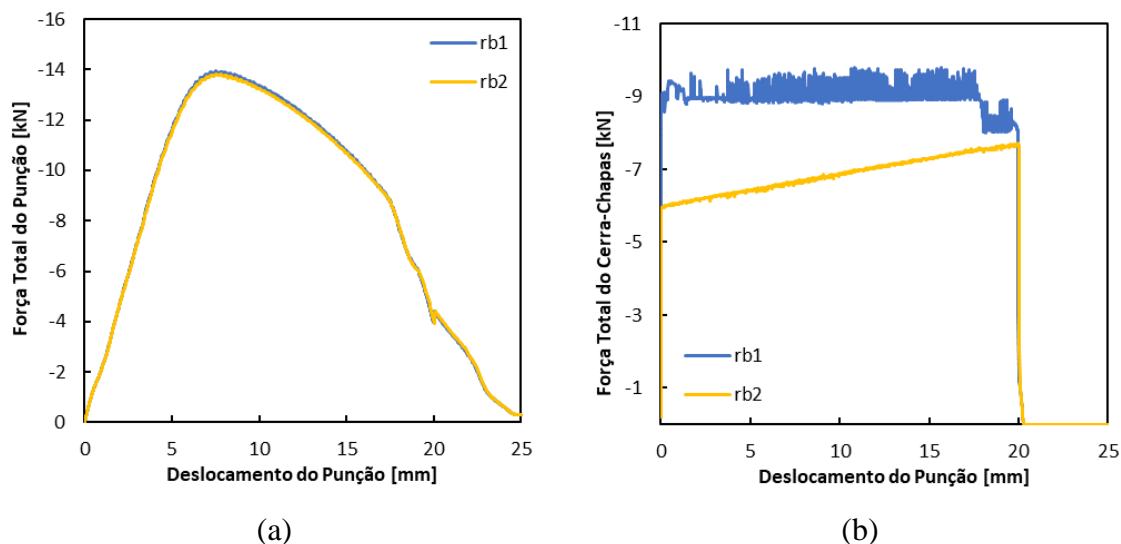
**Figura 5.13.** Trajetórias de deformação para a identificação do critério CPB06ex2 com  $a=10$  para os pontos situados na superfície livre da chapa. Os declives ditados pelos coeficientes de Lankford para a trajetória de compressão correspondem às retas a tracejado.

## 5.2. Segundo caso de estudo: ALCOA

As simulações para o segundo caso de estudo foram também realizadas com o critério CPB06ex2 com  $a = 8$ , sendo que neste caso foram comparadas as identificações com  $r_{b1}$  (ver secção 4.3.2.1) e  $r_{b2}$  (ver secção 5.4)<sup>1</sup>. Nesta secção, opta-se por apresentar os resultados de simulações numéricas realizadas com controlo da força do cerra-chapas distinto. Para a identificação  $r_{b1}$  a força é constante, enquanto que para a identificação com  $r_{b2}$  é utilizada uma força crescente. Na Figura 5.14 a) apresenta-se a evolução da força total

<sup>1</sup> As identificações apresentadas na secção 4.3 foram obtidas impondo  $C'_{11} = 1.0$ . Esta condição foi posteriormente eliminada. No entanto, observou-se um impacto muito reduzido entre as identificações realizadas com ou sem esta condição.

do punção em função do seu deslocamento, sendo evidente que as diferenças entre as duas simulações são muito pequenas. A estampagem completa ocorre para um deslocamento do punção ligeiramente superior a 24mm.

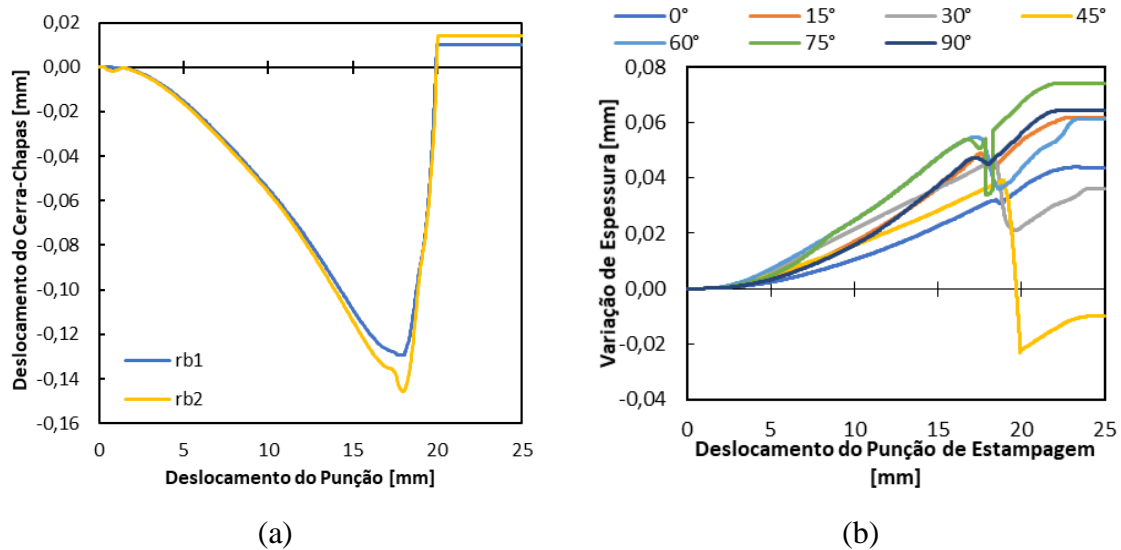


**Figura 5.14.** Evolução de (a) força total do punção (b) força total do cerra-chapas 2 em função do deslocamento do punção para as identificações realizadas para o critério CPB06ex2 com  $a=8$  e  $rb_1$  e  $rb_2$ .

A evolução da força total do cerra-chapas em função do deslocamento do punção é apresentada na Figura 5.14 (b), que evidencia a distinta evolução da força. No entanto, é possível observar que a perda de contacto entre a chapa e o cerra-chapas se dá pouco depois de o punção efetuar um deslocamento de 20mm, para ambas as identificações. De facto, a evolução do deslocamento do cerra-chapas com o deslocamento do punção é também muito idêntico, como se mostra na Figura 5.15 (a). Mais uma vez, é possível observar o ajuste no deslocamento do cerra-chapas necessário para manter a força relativamente constante.

Também neste caso foi avaliada a evolução da variação da espessura, ao longo do processo de estampagem, para alguns pontos localizados na superfície livre da chapa. Na Figura 5.15 (b) apresenta-se o resultado obtido para a identificação  $rb_1$ . A comparação com a evolução obtida para o caso de estudo BM3 (Figura 5.4 (a)) mostra que a evolução é semelhante, apesar de o caso anterior corresponder à identificação para o critério CPB06ex2 com  $a = 10$ . Em ambas as situações, a diminuição de espessura mais acentuada ocorre para  $45^\circ$ , devido ao estiramento imposto pelo cerra-chapas. Este resultado pode estar relacionado com a distribuição prevista para as tensões de corte no plano. A identificação para o BM3 com  $a = 8$  apresenta um valor mínimo para a tensão de corte a  $45^\circ$  (ver Figura 3.10), enquanto que a identificação para o BM3 com  $a = 10$  apresenta o mínimo a  $0^\circ$ , e com uma

distribuição muito idêntica à obtida para as identificações com  $r_{b1}$  e  $r_{b2}$ , para o caso de estudo em análise (ver Figura 4.6 e Figura 4.7). Também neste caso, estes resultados evidenciam a distribuição desigual da força do cerra-chapas pela flange da chapa.



**Figura 5.15.** (a) Evolução do deslocamento do cerra-chapas para as identificações realizadas para o critério CPB06ex2 com  $\alpha=8$  e  $r_{b1}$  e  $r_{b2}$  (b) Variação da espessura durante a fase de estampagem para o caso ALCOA.

A distribuição da espessura na taça é apresentada na Figura 5.16 para ambas as identificações. Mais uma vez observa-se um aumento da espessura com o aumento da distância à base da taça. Neste caso é mais evidente a redução de espessura na zona de transição entre o raio de curvatura do punção e a parede vertical. Por outro lado, o efeito de estiramento a 45° com RD é menor. No global, o aumento de espessura no topo da parede vertical é mais evidente a 75° com RD, tal como no exemplo BM3. As diferenças entre as duas identificações são negligenciáveis.

Para a identificação com  $r_{b1}$ , a taça tem uma altura média de 20,93mm com uma variação máxima de 1,30mm. Para  $r_{b2}$ , a altura média é de 20,95mm e a variação máxima é de 1,27mm. Caso se considere a identificação com  $r_{b1}$  e uma força do cerra-chapas crescente, a taça tem uma altura média de 20,92mm com uma variação máxima de 1,22mm. Todas as taças completas apresentam 8 orelhas, sendo este número coincidente com o número de inversões na distribuição dos valores de  $r$  no plano, como se ilustra na Figura 4.6 e na Figura 4.7. Ambas as identificações apresentam tensões limite de elasticidade semelhantes para RD e TD, pelo que não se observam diferenças significativas entre as alturas para estas duas direções. O facto de a identificação com  $r_{b1}$  conduzir a uma altura média ligeiramente inferior, pode estar relacionada com o facto de conduzir a uma distribuição das tensões de corte ligeiramente superior, do que a identificação  $r_{b2}$ .

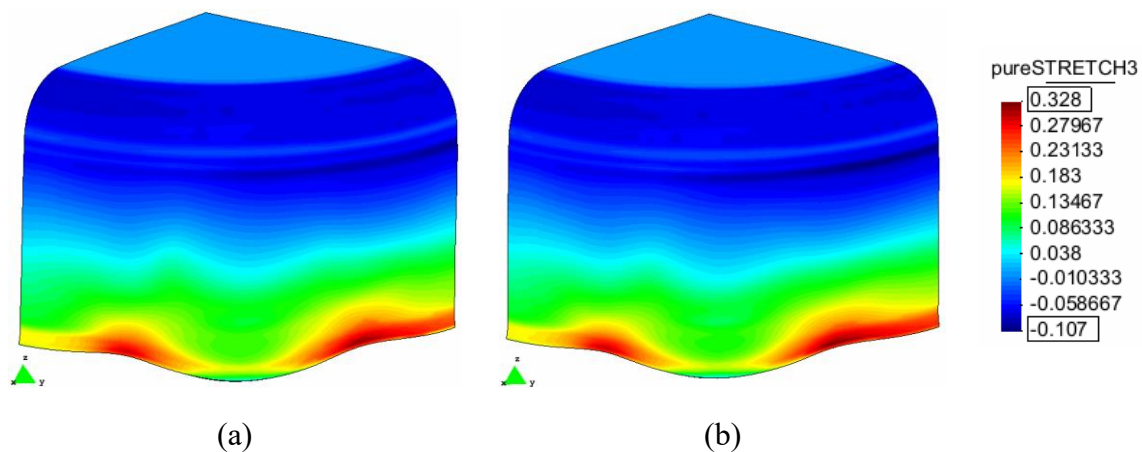


Figura 5.16. Deformação ao longo da espessura após o processo de estampagem para: (a)  $r_{b1}$  (b)  $r_{b2}$  (vista exterior da taça).

### 5.2.1. Trajetórias de deformação

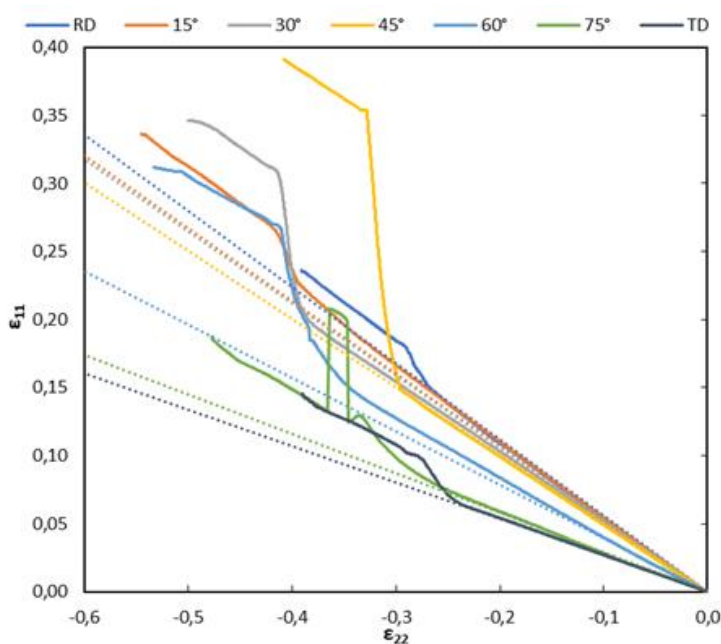


Figura 5.17. Trajetórias de deformação para a identificação do critério CPB06ex2 com  $\alpha=8$  para os pontos situados na superfície livre da chapa. Os declives ditados pelos coeficientes de Lankford para a trajetória de compressão correspondem às retas a tracejado.

Na Figura 5.17 apresentam-se as trajetórias de deformação previstas para a fase de estampagem, para os pontos na superfície livre da chapa, para as diferentes direções em relação a RD. A deformação de compressão na direção circunferencial pode ser estimada com base na dimensão inicial do esboço e da cavidade da matriz utilizada na fase de estampagem, sendo que para este exemplo apresenta um valor próximo de 0,47 e para o

exemplo designado de BM3 de 0,40. A comparação desta figura com a Figura 5.13 indica que no exemplo ALCOA são atingidos valores ligeiramente mais negativos para  $\varepsilon_{22}$ , mas globalmente as trajetórias de deformação são idênticas.

### 5.3. Análise dos estados de tensão

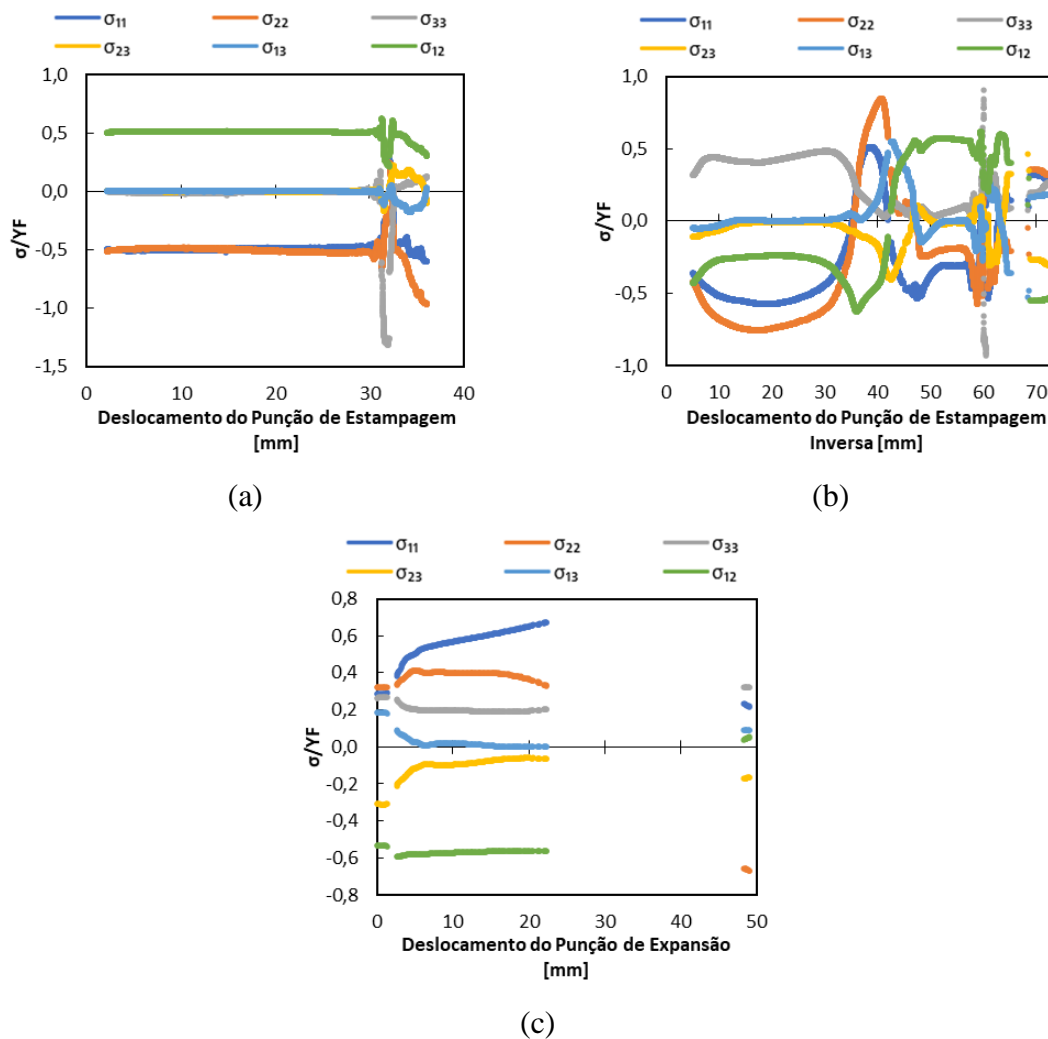
Na tentativa de aprofundar a análise dos resultados obtidos para as trajetórias de deformação, foram estudadas as evoluções das componentes do tensor das tensões para vários pontos da chapa. Em particular, pretendia-se observar a evolução do estado de tensão para os pontos localizados inicialmente na flange, i. e. em contacto com o cerra-chapas. No caso BM3, foram selecionados pontos na superfície livre e a uma distância desta de 4, 8, 12, 16 e 20mm, desde a direção RD até 90°, de 15 em 15°. Inicialmente foram selecionados pontos nas superfícies exteriores e a meia espessura, o que perfaz um total de 126 pontos. No entanto, o estudo que aqui se apresenta foca-se na superfície da chapa que forma o interior da taça, na etapa de estampagem. Esta análise foi feita para ambas as identificações previamente apresentadas para o critério CPB06ex2. No caso ALCOA, os pontos selecionados, encontram-se a 0, 2, 4, 6, 8 e 10mm da superfície livre, de modo a ter em conta as diferenças de diâmetro inicial entre os dois casos de estudo. As restantes características dos pontos são idênticas ao caso BM3, sendo que a análise foi feita para a identificação realizada para o critério CPB06ex2 com  $a = 8$ , identificado com base no  $r_{b1}$ .

Uma vez que os materiais em estudo apresentam um comportamento ortotrópico, foram analisadas as componentes do tensor das tensões definido no sistema de eixos material, sendo que a direção RD será representada por 1, a TD por 2 e a direção normal à superfície da chapa, por 3. As componentes deste tensor foram normalizadas com a tensão de escoamento ( $YF$ ), sendo que apenas são representados os valores correspondentes a instantes com incremento da deformação plástica equivalente.

Para o caso de estudo BM3, foi analisada a evolução das componentes do tensor das tensões para os três processos estudados. A Figura 5.18 apresenta os resultados obtidos para o ponto localizado na superfície livre, na direção a 45° com RD, para a simulação com o critério CPB06ex2 com  $a = 10$ . No processo de estampagem, as componentes de tensão que não atuam no plano da chapa são nulas até se atingir um deslocamento do punção 1 de 31mm. Pelo contrário, na estampagem inversa e na expansão estas componentes apresentam magnitudes muito revelantes praticamente desde o início de cada fase. Isto limita as hipóteses de representar correctamente os estados de tensão no sistema de eixos associado

às componentes normais da tensão na direcção RD ( $\sigma_{11}$ ) e TD ( $\sigma_{22}$ ) e à componente de corte no plano da chapa ( $\sigma_{12}$ ). Assim, apenas se representam os incrementos que apresentam uma magnitude reduzida para componentes que não podem ser representadas neste sistema de eixos.

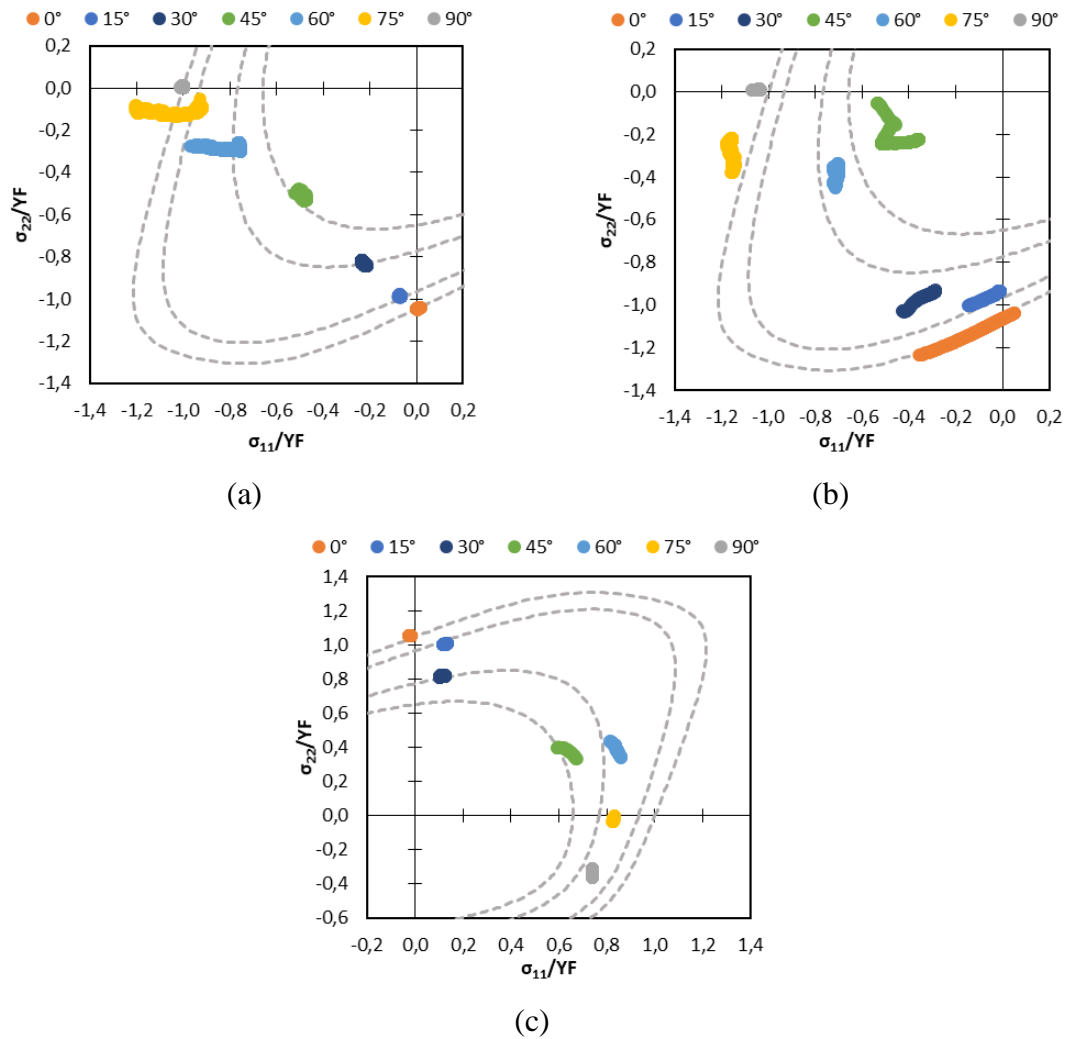
A Figura 5.19 apresenta os estados de tensão associados aos três processos estudados, para todos os pontos localizados na superfície livre da chapa. As curvas correspondente aos cortes da superfície limite de elasticidade para uma componente de corte  $\sigma_{12}$  igual a 0, 0,25, 0,43 e 0,5 são também representadas para auxiliar a análise. A Figura 5.19 (a) mostra que na etapa de estampagem todos os pontos estão localizados na posição correspondente à compressão, tal como era esperado. No entanto, os pontos localizados a  $60^\circ$  e  $75^\circ$  em relação à direcção de laminagem apresentam um desvio em relação a esta trajectória, associado ao aumento da magnitude da componente  $\sigma_{33}$ , imposta pelo contacto com o cerra-chapas. Na fase de estampagem inversa, Figura 5.19 (b), apenas é possível confirmar que os pontos localizados a  $0^\circ$  e a  $15^\circ$  tendem para a deformação plana. No caso da etapa de expansão, Figura 5.19 (c), confirmam-se as trajetórias próximas da tração para os pontos a  $0^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $45^\circ$ . Esta análise procura realçar as dificuldades sentidas ao assumir que os pontos materiais da chapa metálica estão essencialmente sujeitos a condições de tensão plana.



**Figura 5.18.** Estados de tensão obtidos com o critério CPB06ex2 com  $\alpha=10$  durante a fase de: (a) Estampagem (b) Estampagem Inversa (c) Expansão.

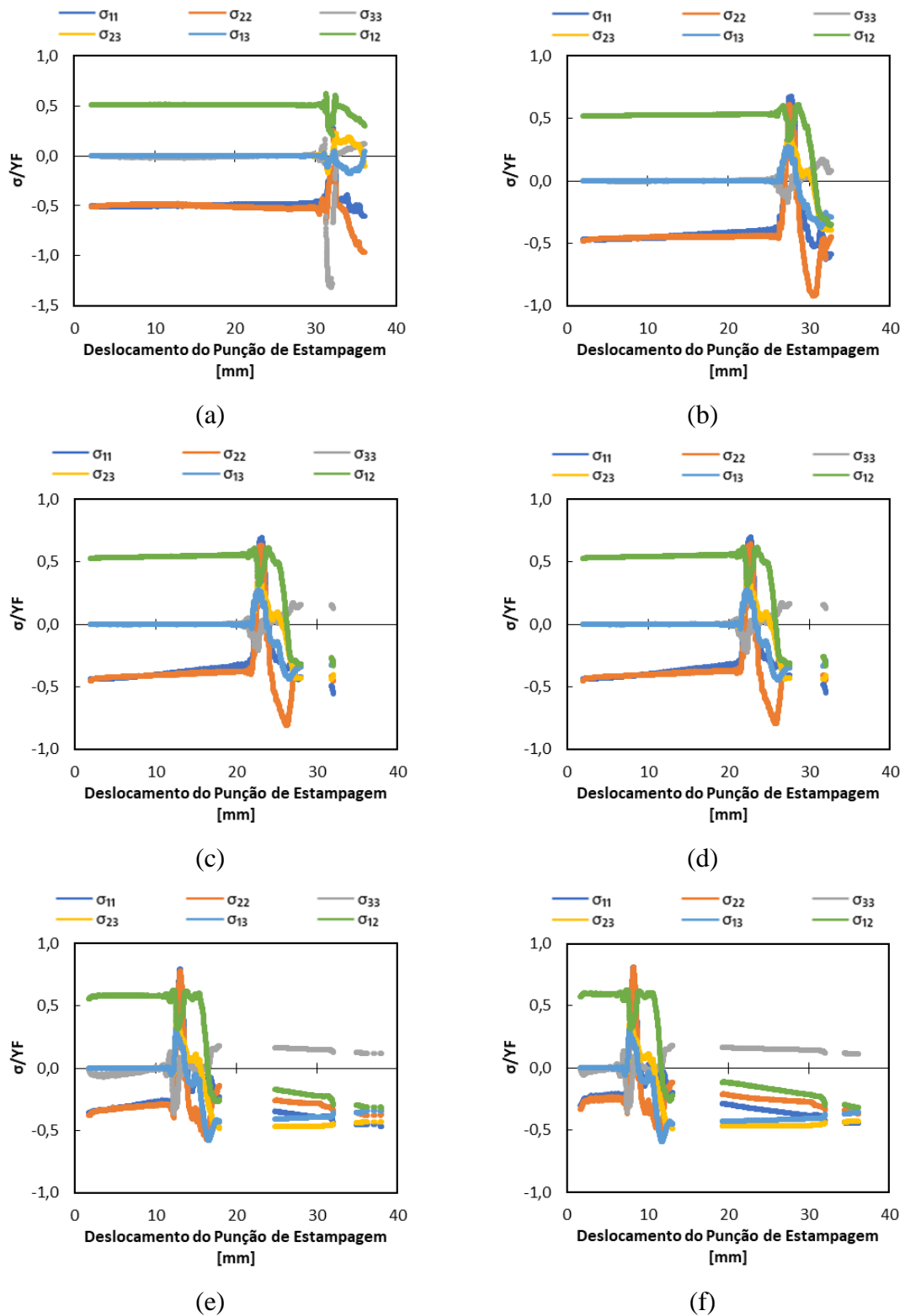
A análise anterior focou-se nos pontos da superfície livre da chapa. No entanto, importa mencionar que a presença de componentes de tensão não associadas ao estado plano de tensão, com uma magnitude relevante (em particular  $\sigma_{33}$ ) ocorre para valores tanto menores do deslocamento do punção 1, quanto maior é a distância à superfície livre. Para ilustrar este comportamento, a Figura 5.20 apresenta a evolução das componentes de tensão durante a fase de estampagem, para pontos localizados a diferentes distâncias da superfície livre. Consideram-se pontos na direção a  $45^\circ$  e a identificação realizada para o critério CPB06ex2 com  $\alpha = 10$ . Esta figura mostra que, na representação dos estados de tensão destes pontos no plano das tensões associadas ao estado plano de tensão, foi possível incluir valores estimados até um deslocamento de 29mm do punção, para os pontos da superfície livre, enquanto que para os pontos a 20 mm apenas se podem considerar valores até um deslocamentos de 6,5mm. Para os pontos mais distantes da superfície livre, a análise da

Figura 5.20 também permite observar a presença de várias componentes de tensão com magnitude idêntica na fase correspondente à transição a trajetória de deformação plana.



**Figura 5.19.** Representação das superfícies de plasticidade obtidas com o critério CPB06ex2 e  $\alpha=10$  considerando os pontos na superfície livre da chapa para a fase de: (a) Estampagem (b) Estampagem Inversa (c) Expansão.



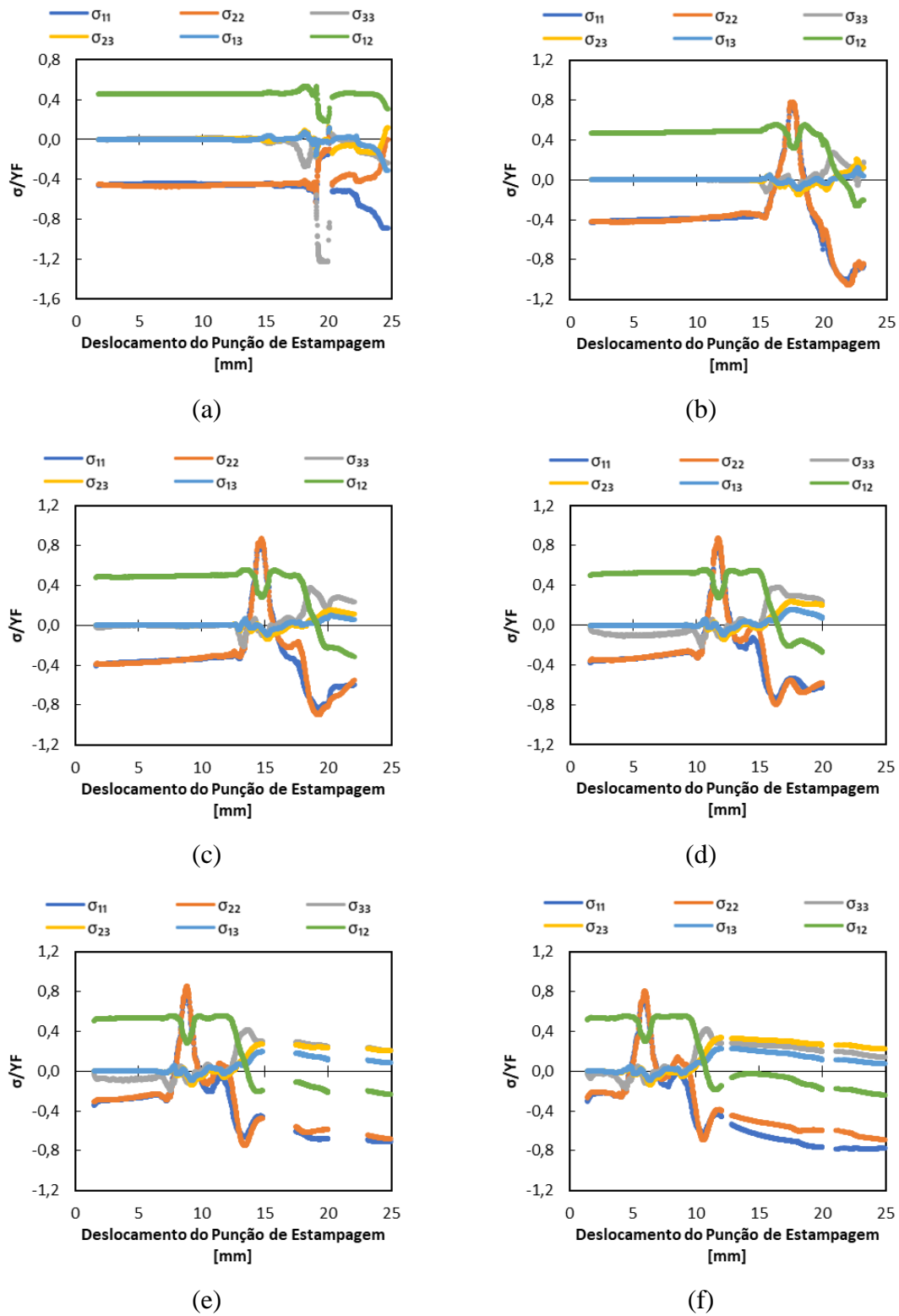


**Figura 5.20.** Estados de tensão durante a fase de estampagem do caso BM3 para pontos a: (a) 0 (b) 4 (c) 8 (d) 12 (e) 16 (f) 20 mm do bordo da chapa.

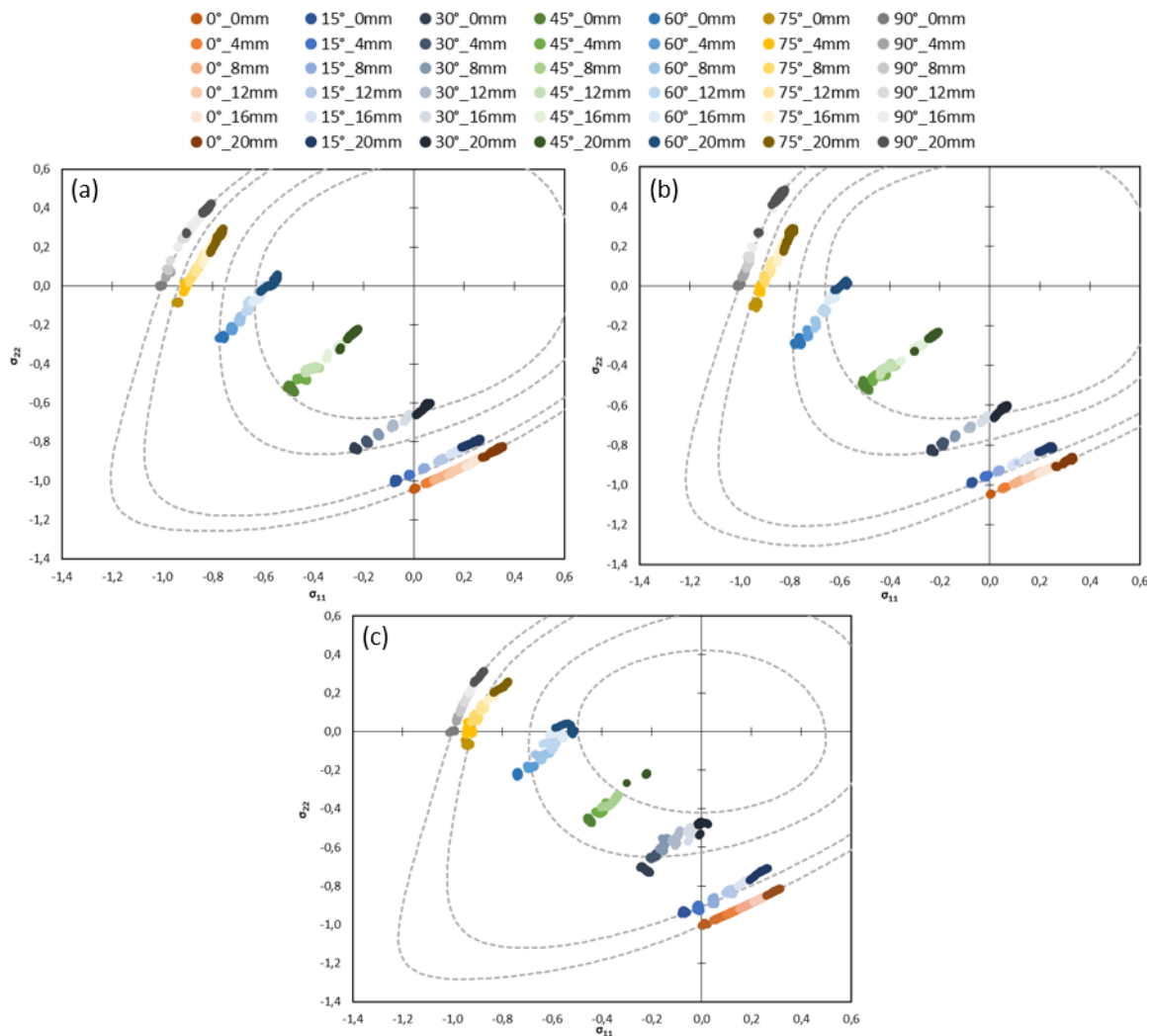
O mesmo comportamento foi observado também no caso ALCOA, como se ilustra na Figura 5.21 para a identificação realizada para o critério CPB06x2 com  $a = 8$ , para a direção a  $45^\circ$ . Para este caso, e nesta direção em particular, os pontos mais afastados

da superfície livre apresentam componentes de tensão fora do plano da chapa com magnitude relevante (em particular  $\sigma_{33}$ ) para valores muito menores de deslocamento do punção, uma vez que se encontram muito perto do raio da matriz. Na fase correspondente à trajectória de deformação plana (ver Figura 5.21 (f)), observa-se que as componentes das tensões de corte fora do plano da chapa apresentam valores positivos, ao contrário do que é observado para o caso BM3 (ver Figura 5.20). Esta diferença pode estar relacionada com a diferença na folga entre o punção e a matriz, que no caso ALCOA é 1,4 vezes a espessura da chapa, enquanto que no BM3 é de 1,68.

A Figura 5.22 apresenta as trajectórias de tensão dos pontos seleccionados e a sua comparação com as superfícies de plasticidade, obtidas para as identificações mencionadas do caso BM3 e do caso ALCOA. É possível observar que à medida que a distância à superfície livre da chapa aumenta, ou seja, à medida que nos aproximamos do raio da matriz, a razão entre a tensão radial e a tensão circunferencial, iguais a  $\sigma_{11}$  e  $\sigma_{22}$ , respetivamente, até 45° e  $\sigma_{22}$  e  $\sigma_{11}$  após, diminui. Os pontos a 20mm da borda da chapa encontram-se praticamente em deformação plana. Os pontos na superfície livre encontram-se num estado de compressão, o que corresponde a uma triaxialidade de  $-1/3$  e um parâmetro de Lode de  $-1$ . À medida que a distância à superfície livre aumenta, a triaxialidade e o parâmetro de Lode tendem para valores próximos de zero. Como se esperava, observa-se uma distribuição muito semelhante para os dois casos de estudo, uma vez que a razão entre o diâmetro da matriz e do esboço é semelhante (0,67 para o caso BM3 e 0,62 para o caso ALCOA). Observa-se um maior desvio entre as superfícies de referência e a localização das trajectórias dos pontos no caso ALCOA, devido à presença de outras componentes de tensão, em particular  $\sigma_{33}$ , como se mostra na Figura 5.21, para o ponto a 45°. Por último, resta mencionar que o tempo de cálculo foi bastante mais elevado para a simulação do caso ALCOA, o que pode estar relacionado com as maiores diferenças observadas na geometria das curvas obtidas para diferentes valores da tensão de corte, para esta identificação.



**Figura 5.21.** Estados de tensão durante a fase de estampagem do caso ALCOA para pontos a: (a) 0 (b) 2 (c) 6 (d) 8 (e) 10 (f) 12 mm do bordo da chapa.



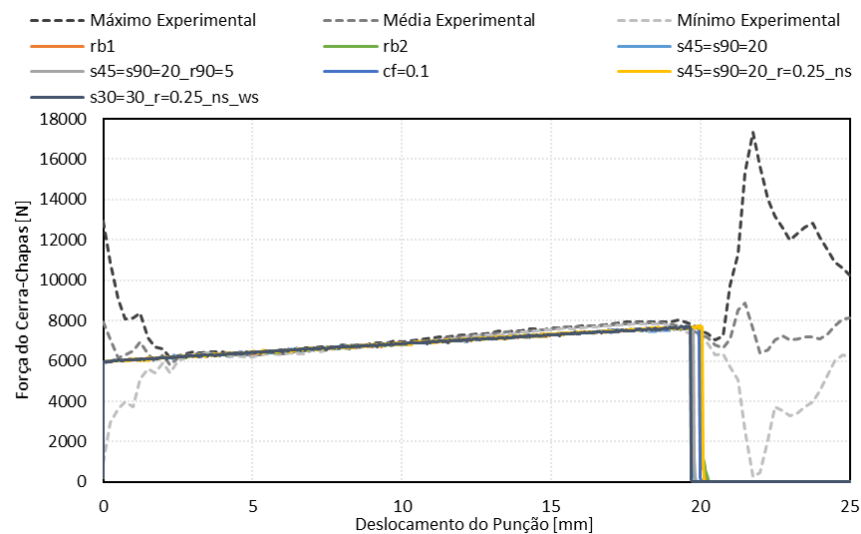
**Figura 5.22.** Superfícies de plasticidade do caso: BM3 obtidas para a identificação com (a)  $a=8$  (b)  $a=10$ ; e do caso ALCOA para a identificação com  $a=8$ .

## 5.4. Caso de estudo ALCOA: altura da taça

Na secção 5.2 foram apresentados os resultados obtidos para o caso ALCOA, com o critério CPB06ex2 com  $a = 8$  para as identificações com  $r_{b1}$  e  $r_{b2}$ , tendo sido realçada a semelhança obtida na distribuição da altura da taça. A comparação destes resultados com os experimentais originou algumas dúvidas, em relação à modelação da força do cerra-chapas, à influência do coeficiente de atrito e, em particular, em relação à estratégia adotada na identificação de parâmetros. Nesta secção, analisam-se estes tópicos, sendo que é dado particular ênfase ao último.

### 5.4.1. Força do cerra-chapas

A Figura 5.23 apresenta as curvas de evolução da força do cerra-chapas extraídas dos ensaios experimentais. Esta informação foi utilizada para definir uma curva de evolução para a força de cerra-chapas. O valor inicial utilizado foi de 1485.98N e o declive foi de 22.202, para  $\frac{1}{4}$  do modelo. Como mencionado na seção 5.2, apesar desta evolução conduzir a valores sempre inferiores ao valor constante considerado inicialmente (ver Figura 5.14 (a)), a influência na altura final da taça é muito reduzida. De qualquer modo, todas as simulações numéricas apresentadas nesta seção foram realizadas com a evolução da força, como se mostra na Figura 5.23.

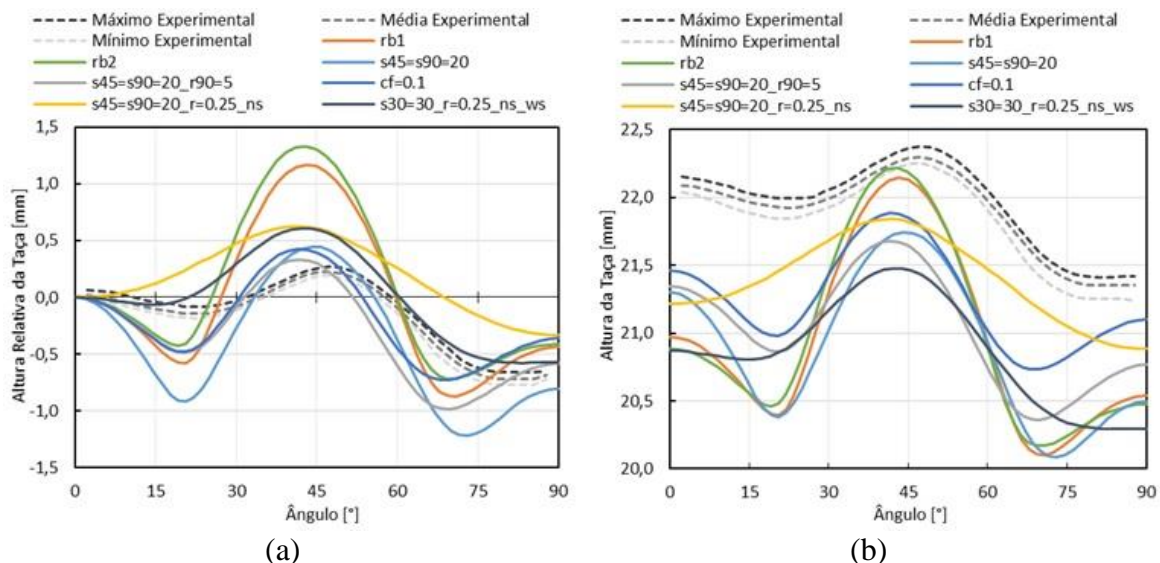


**Figura 5.23.** Evolução da força do cerra-chapas em função do deslocamento do punção: comparação entre resultados experimentais e numéricos.

### 5.4.2. Análise da influência dos parâmetros de anisotropia

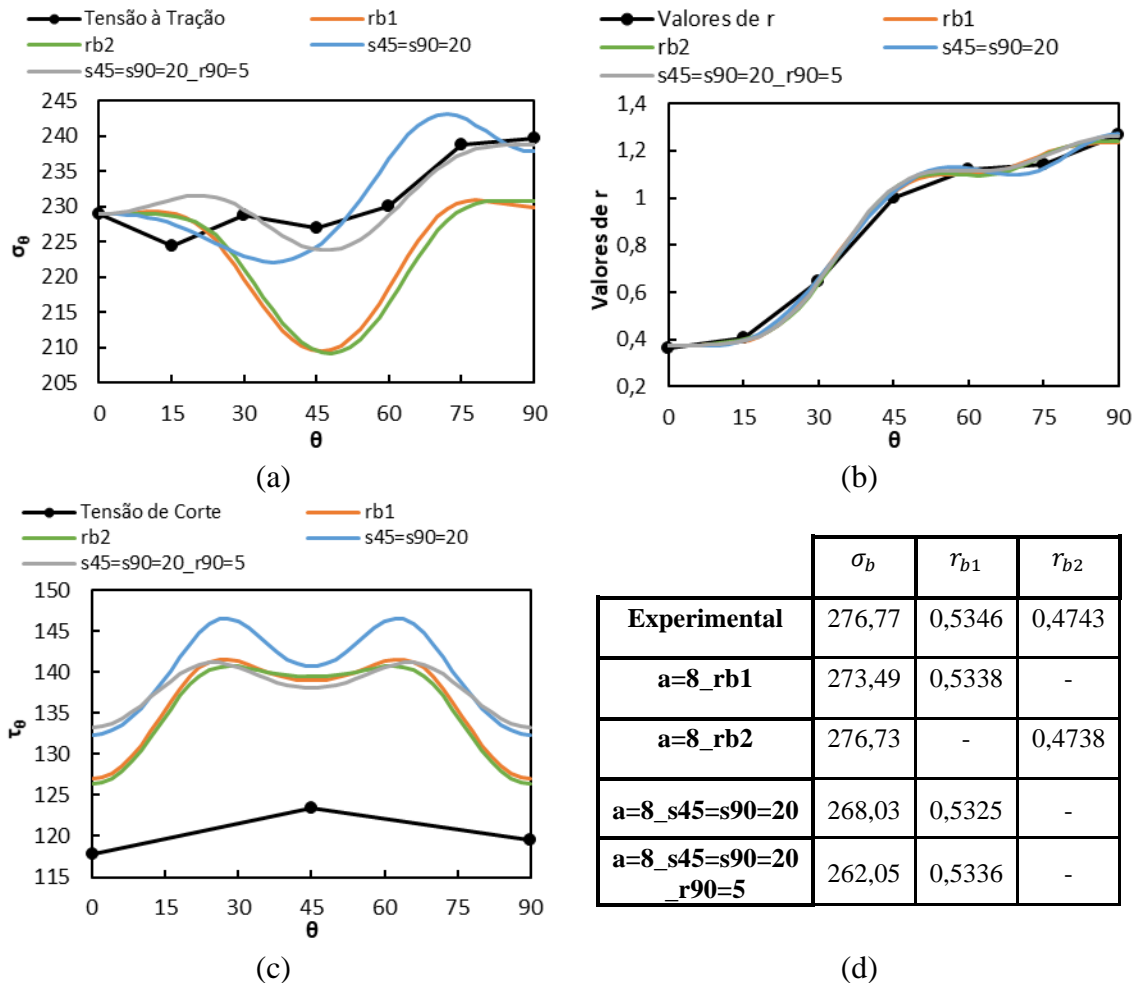
Na secção 4.3.2.2 foram feitas várias identificações para o critério de plasticidade CPB06ex2, considerando dois valores  $r_{b1}$  e  $r_{b2}$ , e do parâmetro  $a$ . Optou-se por considerar, no estudo realizado na seção 5.2, as identificações com  $a = 8$ . É possível observar, através da Figura 4.6 e da Figura 4.7, que as identificações com  $r_{b1}$  e  $r_{b2}$  apresentam distribuições no plano da chapa idênticas, para as tensões limite de elasticidade à tração e ao corte e para os coeficientes de Lankford. A Figura 5.24 (a) apresenta a altura relativa da taça prevista com estas identificações, designadas por rb1 e rb2, tendo como referência o valor médio do resultado experimental. De modo a facilitar a interpretação dos resultados, a Figura 5.24 (b) apresenta a altura da taça. É possível observar que a amplitude das orelhas da taça nos resultados numéricos, rb1 e rb2, em comparação com os dados experimentais, é muito mais elevada e também existe uma orelha a mais a  $90^\circ$ . As simulações

numéricas permitem observar que a força do cerra-chapas não tem uma distribuição uniforme ao longo da flange, o que induz o estiramento da aba a 45° (ver Figura 5.16), o que explica parcialmente a diferença de amplitudes. A outra justificação parece estar associada com o facto de as identificações seleccionadas não permitirem capturar a tendência crescente das tensões limite de elasticidade à tração no plano da chapa (Figura 4.6 e Figura 4.7).



**Figura 5.24.** Previsão correspondente às identificações  $a=8_{rb1}$ ,  $a=8_{rb2}$ ,  $a=8_{s45=s90=20}$ ,  $a=8_{s45=s90=20_{r90=5}}$ ,  $a=8_{cf=0.1}$ ,  $a=8_{s45=s90=20_r=0.25_{ns}}$  e  $a=8_{s30=30_r=0.25_{ns}_{ws}}$  de: (a) altura relativa da taça (b) altura da taça.

De modo a melhorar a previsão das tensões limite de elasticidade à tração no plano, considerou-se a identificação realizada com  $a = 8$  e  $r_{b1}$  como referência, e procedeu-se à alteração do peso (ver equação (2.24)) da tensão à tração a 45° e a 90° para 20, enquanto que os restantes pesos foram mantido iguais a 1. A Figura 5.25 compara as previsões obtidas com esta identificação, designada de  $s45=s90=20$ , com as discutidas anteriormente. O valor médio da tensão limite de elasticidade no plano aumenta, mas também aumenta o valor médio da tensão de corte, o que parece justificar a diminuição global da altura da taça, como se mostra na Figura 5.24. A amplitude de variação da tensão limite de elasticidade no plano diminuiu, o que justifica a diminuição da amplitude das orelhas previstas. No entanto, continua a observar-se uma orelha a 90°, o que não se observa nos resultados experimentais. A análise da distribuição da tensão limite de elasticidade no plano sugere que esta possa estar a ser induzida pela redução observada entre 0° e 30° com RD.



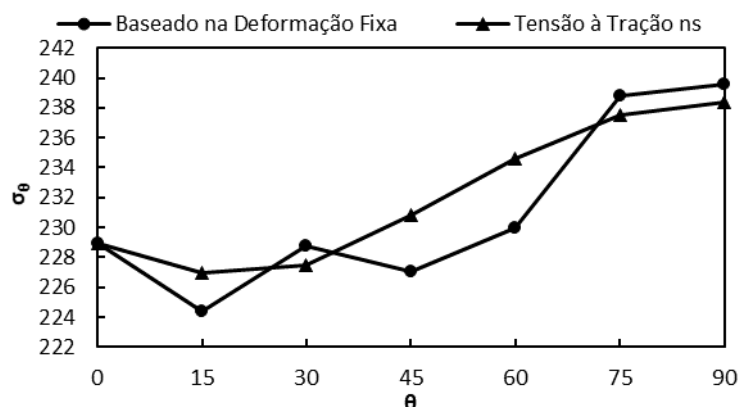
**Figura 5.25.** Previsão correspondente às identificações a=8\_rb1, a=8\_rb2, a=8\_s45=s90=20 e a=8\_s45=s90=20\_r90=5 de: (a) tensão à tração (b) coeficiente de Lankford (c) tensão de corte (d) valores biaxiais.

Foi realizada uma nova identificação considerando um peso para a tensão à tração a 45° e a 90° igual a 20, mas em que o peso para o coeficiente de Lankford a 90° foi alterado para 5, que é designada por s45=s90=20\_r90=5. A Figura 5.25 mostra que esta alteração conduziu a uma melhor previsão da distribuição da tensão à tração no plano, sendo que a tensão de corte apresenta uma menor variação no plano. A previsão dos coeficientes de Lankford mostra uma tendência muito semelhante à da simulação de base (rb1). A tensão biaxial apresenta a maior diferença em relação ao valor experimental, enquanto que o valor de  $r$  biaxial é mais próximo. A nova identificação mostra uma ligeira diminuição na amplitude das orelhas, mas esta continua a ser superior à observada nos resultados experimentais, como se mostra na Figura 5.24. A redução da amplitude de variação da tensão limite de elasticidade à tração e ao corte conduz a uma altura média global maior, mas a taça apresenta uma altura inferior à observada experimentalmente.

Os resultados obtidos indicam que a amplitude e o número de orelhas estão a ser controlados principalmente pelos dados relativos à tensão limite de elasticidade à tração, utilizados nas identificações. Assim, optou-se por recalcular os valores da tensão limite de elasticidade à tração, para cada direção. A análise foi realizada com base na lei de Swift obtida para cada direção, de modo a determinar a evolução da tensão com o trabalho plástico. De seguida, os valores de tensão para cada direção foram normalizados com o valor obtido para RD, para o mesmo valor de trabalho plástico. O mesmo tipo de análise foi aplicado aos cinco testes de expansão biaxial, de forma a recalcular a razão de tensão biaxial. A evolução obtida para as razões de tensão permitiu verificar que estas estabilizam para um valor de trabalho plástico maior ou igual a 10 MPa. Assim, seleccionou-se este valor também para definir a razão de tensão biaxial, que corresponde à média das razões obtidas para os cinco testes. Na Tabela 5.1 apresentam-se os valores das tensões obtidas com base nos novos valores de razão de tensão, enquanto que na Figura 5.26 se ilustra a diferença em relação às utilizadas anteriormente. As identificações realizadas com estes valores serão designadas com ns, i.e. *new stress*.

**Tabela 5.1.** Valores de tensão utilizados nas identificações com a designação ns.

	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	Biaxial
$\sigma_\theta/\sigma_0$	1	0,9916	0,9937	1,0084	1,0247	1,0376	1,0412	1,1049
$\sigma_\theta$	228,92	226,99	227,48	230,84	234,57	237,53	238,35	252,94

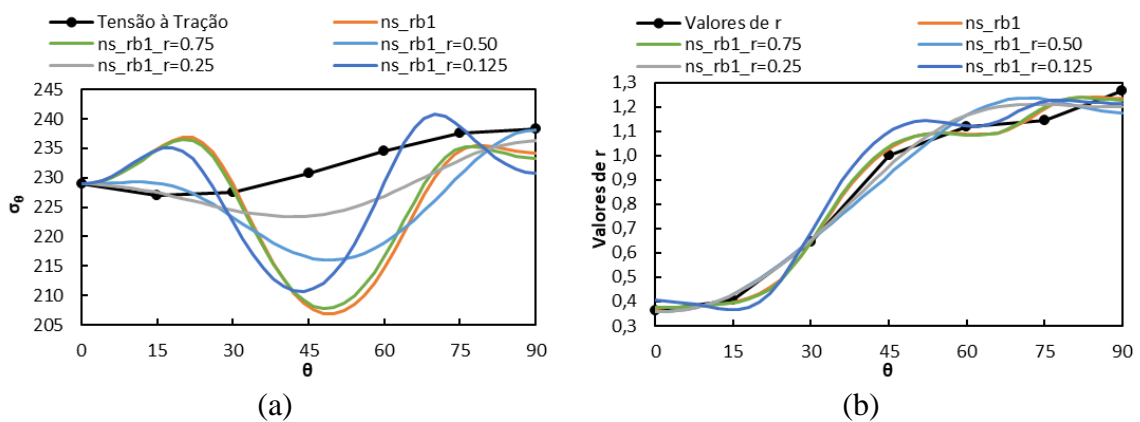


**Figura 5.26.** Comparação das tensões à tração experimentais identificadas com base numa deformação ou num valor de trabalho plástico de referência.

Os novos valores de razão de tensão foram utilizados como dados de entrada para novas identificações considerando, à semelhança do que foi feito anteriormente,  $a = 8$



e os restantes dados de entrada, incluindo  $r_{b1}$ . Neste caso, optou-se por começar por reduzir o peso atribuído aos coeficientes de Lankford, que controlam a forma das orelhas, de modo a dar mais importância aos valores da tensão limite de elasticidade à tração que, como já foi mencionado, controlam a magnitude das orelhas. Os pesos atribuídos aos coeficientes de Lankford foram alterados de 1,0 a 0,25, com um decremento de 0,25, e também para 0,125. A Figura 5.27 apresenta a comparação das previsões obtidas para a tensão à tração e os coeficientes de Lankford, para estas identificações. Observa-se que a redução destes pesos implica um ligeiro detrimento da previsão dos coeficientes de Lankford. Devido à melhoria considerável na previsão das tensões à tração apresentadas pela identificação com um peso de 0,25 para os coeficientes de Lankford, este foi o valor selecionado.



**Figura 5.27.** Comparação das previsões obtidas para as identificações ns em que se considerou a alteração dos pesos dos coeficientes de Lankford: (a) tensões à tração (b) coeficientes de Lankford.

Posteriormente, procurou-se tentar melhorar a previsão das tensões à tração através da alteração dos pesos. Com base na análise da Figura 5.27, foram alterados os pesos da tensão à tração a  $45^\circ$  e a  $90^\circ$ . Os pesos foram aumentados de forma igual para as duas, tendo sido considerados valores de 10, 20, 30 e 40 como se ilustra na Figura 5.28. As previsões dos coeficientes de Lankford são idênticas para todas as identificações, pelo que foi selecionada a identificação com um peso de 20, por permitir uma previsão crescente das tensões limite de elasticidade à tração. A Figura 5.29 apresenta o resumo das características desta identificação, que será designada por  $s45=s90=20_r=0,25_{ns}$ , sendo de realçar que esta apresenta a distribuição da tensão de corte mais próxima da experimental, mas em contraste o menor valor para a tensão biaxial. É de notar que o mesmo processo foi realizado considerando o valor biaxial  $r_{b2}$ , que levou a uma identificação em tudo idêntica à apresentada para  $r_{b1}$ , pelo que as análises subsequentes consideram apenas este último valor.

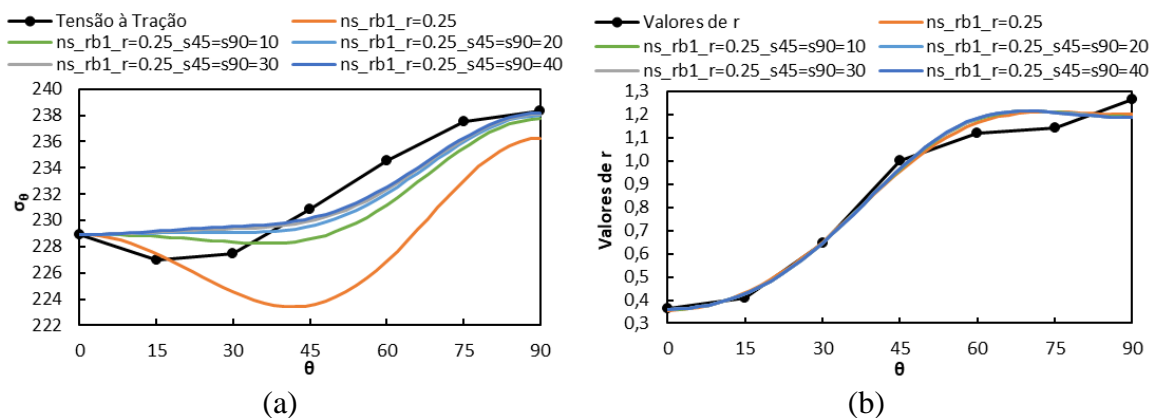


Figura 5.28. Comparação das previsões obtidas para as identificações NS em que se considerou a alteração dos pesos da tensão à tração a 45° e 90°: (a) tensões à tração (b) coeficientes de Lankford.

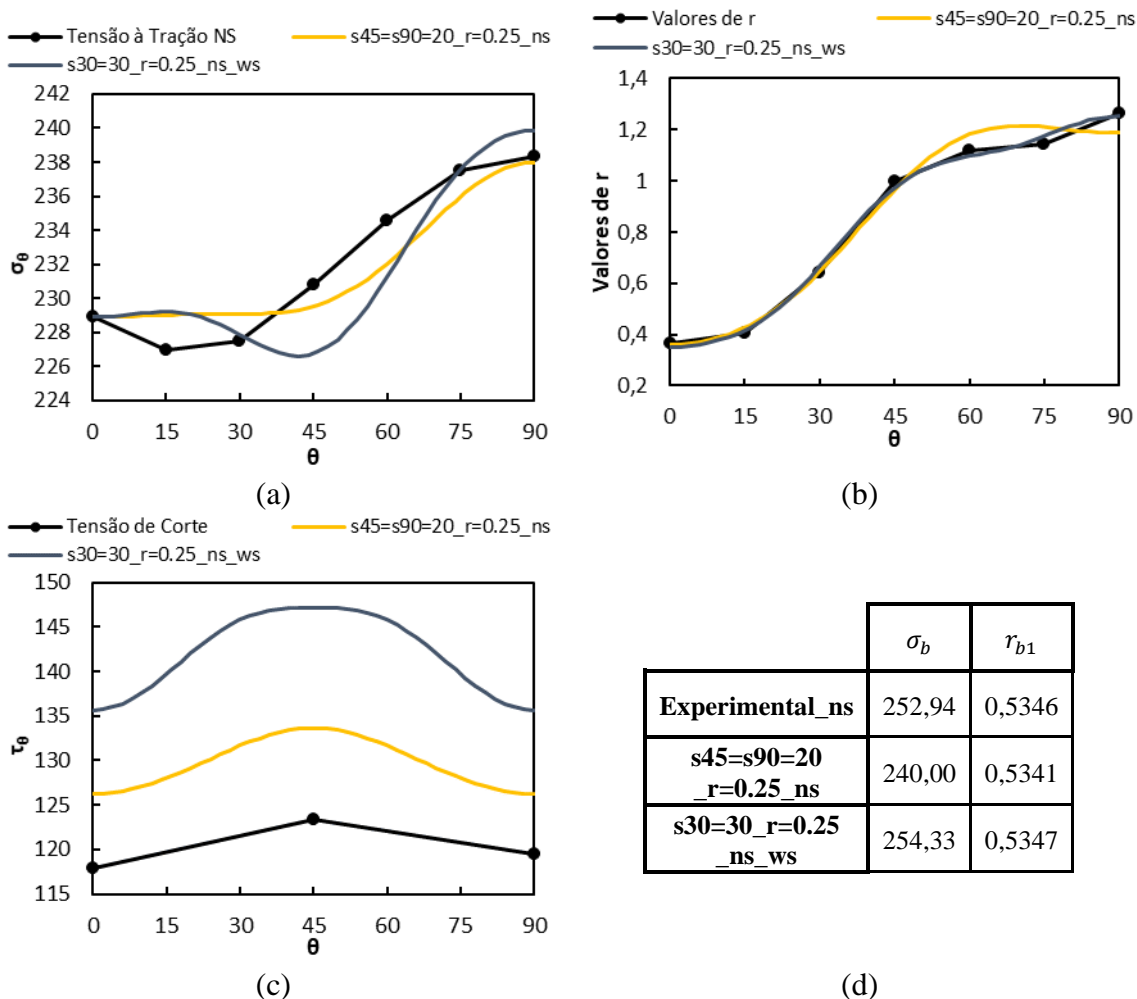
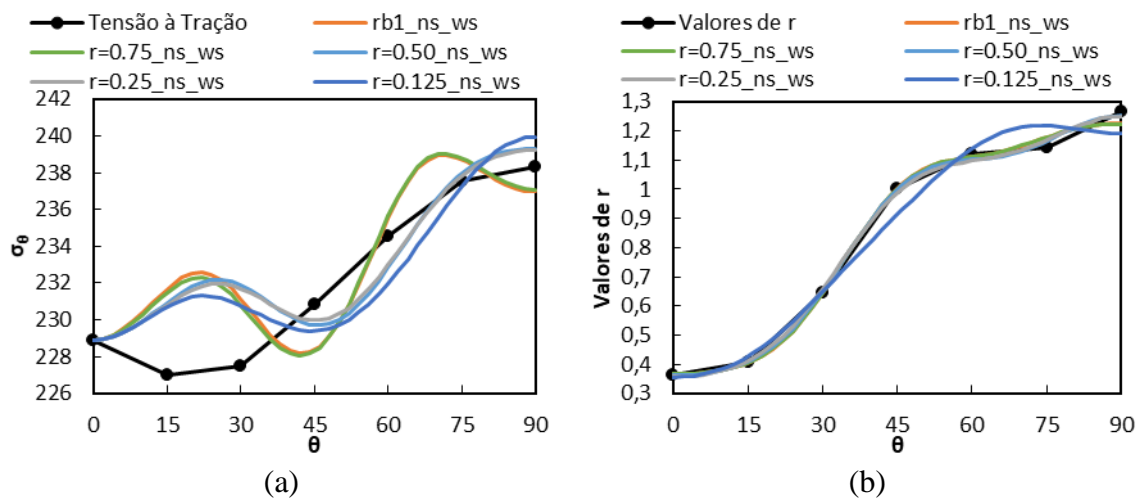


Figura 5.29. Previsão correspondente às identificações a=8\_s45\_s90=20\_r=0.25\_ns e a=8\_s30=30\_r=0.25\_ns\_ws de: (a) tensão à tração (b) coeficiente de Lankford (c) tensão de corte (d) valores biaxiais.

Como se mostra na Figura 5.24, esta identificação resulta em apenas 4 orelhas de estampagem, em vez das 8, uma vez que não se observam orelhas entre 0° e 30° nem

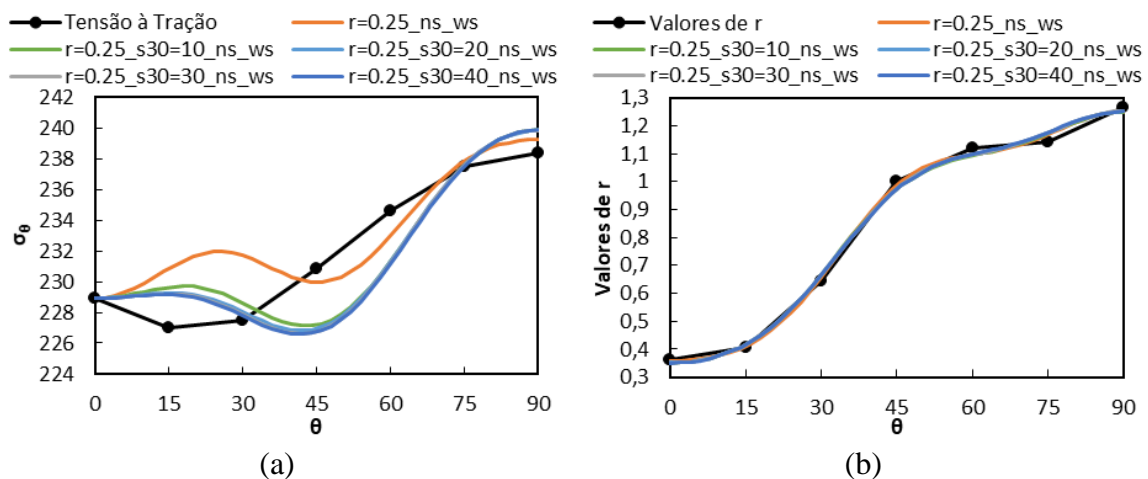
entre  $60^\circ$  e  $90^\circ$ . Com base nos resultados anteriores, a ausência da primeira orelha, entre  $0^\circ$  e  $30^\circ$ , estará relacionada com a distribuição constante dos valores de  $r$  entre  $60^\circ$  e  $75^\circ$ , uma vez que uma inversão nesta tendência se encontra presente em todas as outras identificações. A ausência da orelha entre  $60^\circ$  e  $90^\circ$  parece estar relacionada com a distribuição constante da tensão de tração entre  $0^\circ$  e  $30^\circ$ . Por último, a taça apresenta a maior altura global, o que parece estar associado ao menor valor médio para a tensão de corte no plano.

É de notar que a ausência de orelha entre  $60^\circ$  e  $90^\circ$  era desejada e coincide com os resultados experimentais, para a altura da taça. O mesmo não acontece com a ausência da orelha entre  $0^\circ$  e  $30^\circ$ . Isto levou à tentativa de realizar uma identificação, que verificasse a inversão na tendência dos valores de  $r$  entre  $60^\circ$  e  $90^\circ$ , a partir de um peso dos coeficientes de Lankford igual a 0,75, como mostra a Figura 5.27. No entanto, não foi possível encontrar um equilíbrio que garanta em simultâneo uma distribuição crescente das tensões de tração. Num último esforço, optou-se por excluir os dados relativos à distribuição da tensão de corte no plano. O objetivo inicial foi averiguar se as tensões de corte teriam uma influência negativa nas previsões das tensões à tração e dos valores de  $r$ . Este conjunto de identificações foram denominadas *ws*, i.e. *without shear*. Desta forma, procedeu-se como anteriormente, i.e. foram realizadas identificações com pesos para os valores de  $r$  de 1,0 a 0,25, com decrementos de 0,25, e também para 0,125, como se ilustra na Figura 5.30.



**Figura 5.30.** Comparação das previsões obtidas para as identificações *ns\_ws* em que se considerou a alteração dos pesos dos coeficientes de Lankford: (a) tensões à tração (b) coeficientes de Lankford.

Todas as identificações apresentam a inversão na tendência dos valores de  $r$  entre  $60^\circ$  e  $90^\circ$ , exceto para o peso igual a 0,125. A melhor previsão dos valores de  $r$  foi efetuada para um peso igual a 0,25 tendo sido esta a selecionada. De modo a melhorar a previsão das tensões à tração, foram realizadas diferentes estratégias de alteração do peso. No final, optou-se por alterar apenas o peso da tensão a  $30^\circ$ , como se mostra na Figura 5.31.

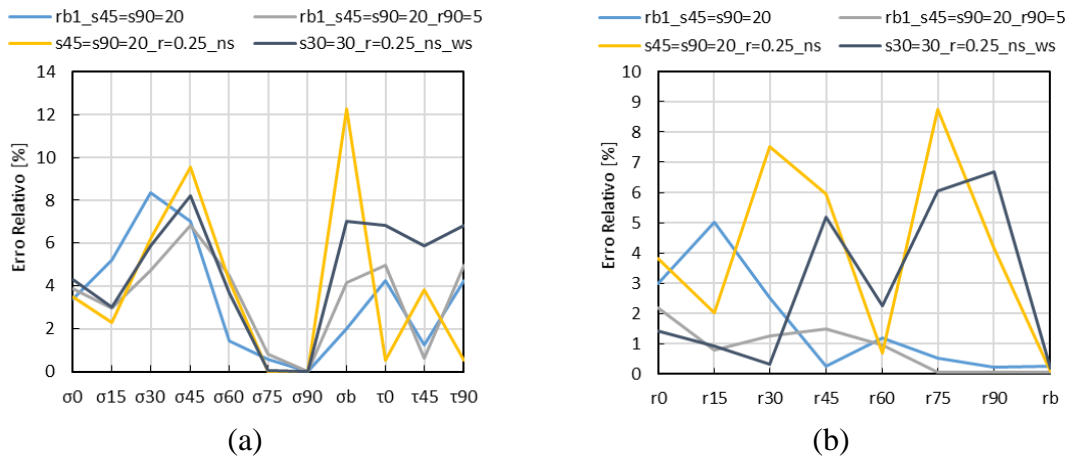


**Figura 5.31.** Comparação das previsões obtidas para as identificações ns\_ws em que se considerou a alteração do peso da tensão a 30°: (a) tensões à tração (b) coeficientes de Lankford.

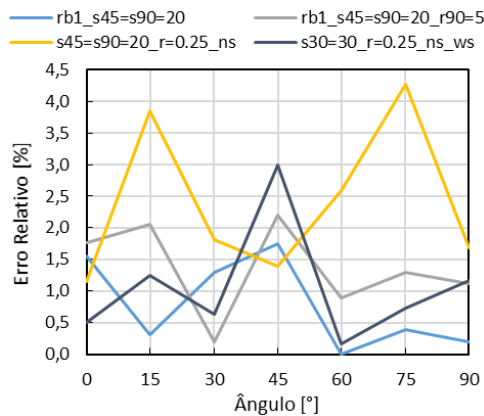
Uma vez que para todas as identificações se observou a inversão na tendência dos valores de  $r$  entre 60° e 90°, com alguma melhoria da previsão das tensões à tração, optou-se por seleccionar a identificação designada por  $r=0.25\_s30=30\_ns\_ws$ , apesar da inflexão observada próximo dos 30°. A Figura 5.29 mostra que a previsão da distribuição da tensão de corte no plano apresenta valores semelhantes aos das identificações anteriores (Figura 5.25). A partir da Figura 5.24, é possível observar uma orelha muito ligeira entre 0° e 30° como seria de esperar devido à existência da inversão na tendência dos valores de  $r$  entre 60° e 90° observada para a última identificação. Excluindo o facto de a amplitude observada ser superior à dos resultados experimentais, a identificação  $r=0.25\_s30=30\_ns\_ws$  conduz à menor diferença na altura relativa da taça Figura 5.24 (a).

Na tentativa de quantificar a influência da variação dos valores das tensões e dos  $r$  na previsão da amplitude das orelhas, foi efetuado o cálculo do erro relativo em relação à identificação designada por rb1. Isto significa que foram calculados os erros para as quatro últimas identificações, que foram realizadas tendo como referência a identificação rb1. A Figura 5.32 (a) apresenta o erro relativo nas tensões e a (b) nos valores de  $r$ . Como os valores na direção  $\theta$  com RD afetam os resultados das orelhas segundo a direção 90- $\theta$ , os resultados são apresentados de forma a estas direções de alinharem. Globalmente, o erro relativo é ligeiramente maior para as tensões, sendo globalmente inferior a 13% para estas e 9% para os valores de  $r$ . O facto de o erro nas tensões ser 0% para  $\sigma_{90}$  resulta da normalização imposta parâmetro do critério CPB06 (ver equação (2.21)). A Figura 5.33 apresenta a distribuição do erro relativo da altura relativa da taça. É possível observar a 45° um erro maior na previsão da amplitude das orelhas, que parece estar relacionado com o erro relativo

para a tensão à tração segundo esta direção. Por outro lado, o erro relativo na tensão de corte parece afetar a altura média da taça. Globalmente, os resultados da altura da taça são influenciados pela interação entre os valores das tensões e de  $r$ , o que dificulta a extração de características. Por último, resta mencionar que na Tabela B.7 são apresentados os parâmetros de anisotropia para todas as identificações consideradas nesta secção.



**Figura 5.32.** Erro relativo calculado para as identificações indicadas em relação à identificação rb1: (a) tensões (b) valores de  $r$ .

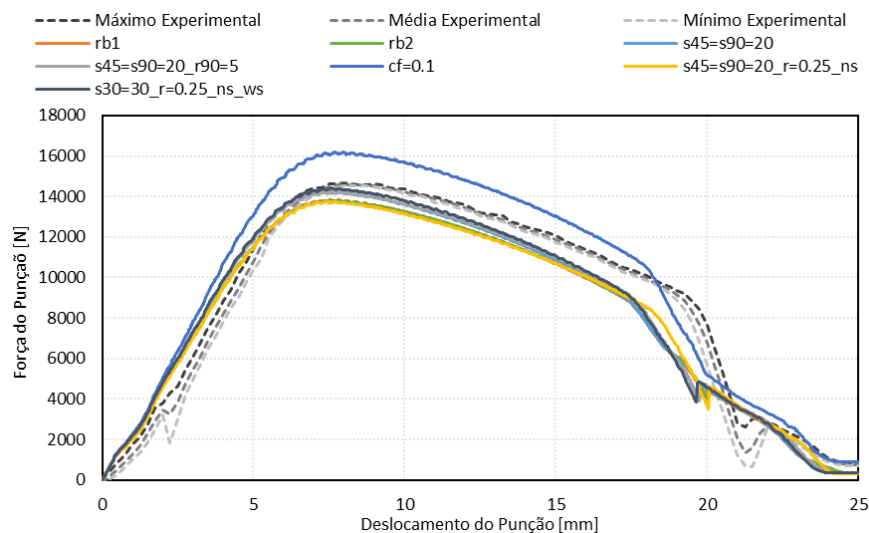


**Figura 5.33.** Erro relativo da altura da taça calculado para as identificações indicadas em relação à identificação a=8\_rb1.

### 5.4.3. Influência do coeficiente de atrito

A Figura 5.34 apresenta a comparação entre os resultados experimentais e numéricos para a evolução da força do punção. É possível observar que a evolução da força do punção é muito semelhante para todas as identificações, nunca sendo tão elevada como a obtida nos resultados experimentais, em particular para um valor de deslocamento do punção superior a 8mm. Este facto pode estar associado à incorreta previsão do encruamento do material, mas a Figura 4.3 indica que eventualmente este valor foi sobrestimado. Assim, optou-se por analisar a influência do coeficiente de atrito. Foi realizada uma simulação com

a identificação designada por  $a=8_{s45=s90=20_{r90=5}}$ , com um coeficiente de atrito constante, igual a 0,1. Esta simulação é designada por  $cf=0.1$ . Como era de esperar, a força do punção aumenta, mas neste caso para valores superiores aos experimentais. O instante para o qual a chapa perde contacto com o cerra-chapas apresenta um ligeiro aumento (ver também Figura 5.23), o que está relacionado com o aumento global da altura da taça (ver Figura 5.24).



**Figura 5.34.** Comparação da evolução da força do punção em função do deslocamento do mesmo para todas as simulações.

Na Figura 5.24 também é possível observar que o aumento do coeficiente de atrito não tem o mesmo impacto em todas as direções, devido à distribuição não uniforme da força do cerra-chapas ao longo da flange. O impacto do coeficiente de atrito é mais reduzido para as direções entre  $0^\circ$  e  $30^\circ$ , uma vez que estas apresentam influência do contacto com o cerra-chapas (ver Figura 5.22). Assim, a análise da influência dos parâmetros de anisotropia é indiretamente influenciada pelo coeficiente de atrito. Por último, as alturas apresentadas foram determinadas do final da fase de estampagem. A sua medição após o retorno elástico conduz a alturas de taça ligeiramente mais elevadas.

## 6. CONCLUSÕES

No presente trabalho foram estudados dois casos relativos ao processo de conformação de uma taça cilíndrica. O objetivo era estudar a influência dos parâmetros do critério de plasticidade na previsão de defeitos na estampagem de componentes cilíndricos. No primeiro caso foi considerada a estampagem, estampagem inversa e expansão de uma chapa metálica com 0,274mm de espessura, enquanto que no segundo caso foi considerado apenas um processo de estampagem para uma chapa metálica com espessura de 0,580mm. Para ambos os casos, foi utilizada a liga de alumínio AA3104. Para ambos os casos de estudo, o encruamento isotrópico foi descrito com a lei de Swift e o comportamento ortotrópico com o critério de plasticidade CPB06ex2, tendo sido consideradas várias identificações deste critério para cada caso.

Para o primeiro caso de estudo, denominado BM3, foram realizadas duas simulações para o critério CPB06ex2: uma, considerando um grau de homogeneidade igual a 8 e outra, considerando um grau de homogeneidade igual a 10. A análise de resultados permitiu observar que a alteração do grau de homogeneidade conduz a previsões distintas do perfil de altura da taça. A identificação realizada para  $a = 8$  prevê valores de tensão à tração superiores do que a identificação realizada para  $a = 10$ , o que se refletiu numa magnitude de orelhas superior para a identificação com  $a = 8$ , comprovando assim a influência da previsão das tensões de tração nas orelhas geradas na taça. Foi também possível observar distribuições de espessura diferentes para as duas identificações durante as várias fases, sendo especialmente notório na fase de estampagem a existência de estiramento na borda da chapa a  $0^\circ$  para  $a = 8$  e a  $45^\circ$  para  $a = 10$ , o que parece estar relacionado com a diferente distribuição da tensão de corte no plano. No entanto, a diferença na distribuição da espessura não parece influenciar a distribuição não uniforme da força dos cerra-chapas. Importa mencionar que, face à diferença de alturas na primeira fase, a simulação numérica das fases seguintes exigiu um maior tempo de computação para a identificação para  $a = 8$ . Para ambas as identificações, na fase de estampagem inversa foi possível observar um perfil de orelhas idêntico ao obtido na fase de estampagem, ainda que mais acentuado. Durante a fase de estampagem, observou-se uma redução de espessura segundo a direção a  $75^\circ$  com RD, o que permite inferir que esta será a zona potencial para a ocorrência de rutura da taça.

Para o segundo caso, denominado ALCOA, foi, numa primeira fase, realizada apenas uma simulação para o critério CPB06ex2 com  $a = 8$ . As orelhas observadas no final da fase de estampagem apresentaram uma distribuição muito semelhante às observadas para o caso BM3, para a identificação com  $a = 10$ , o que parece estar associado a uma distribuição idêntica das tensões de corte no plano. Neste contexto, importa mencionar que as tendências globais para as distribuições no plano dos valores da tensão à tração e de  $r$ , são muito semelhantes para as duas espessuras.

Para ambos os casos foram apresentadas as trajetórias de deformação para pontos localizados na superfície livre da chapa, a diferentes direções com RD. Observaram-se para os dois casos, trajetórias de deformação situadas entre o corte e a compressão uniaxial, com troços mais próximos da deformação plana no fim da fase de estampagem. O desvio da trajetória de compressão é tanto maior quanto maior a influência da tensão normal à superfície da chapa, induzida pelo contacto com o cerra-chapas.

Para ambos os casos, foram também analisadas as componentes do tensor das tensões, no sistema de eixos material, para vários pontos localizados na zona da chapa inicialmente em contacto com o cerra-chapas. Foi possível observar a presença de componentes de tensão fora do plano da chapa com uma magnitude elevada, durante toda a duração das fases de estampagem inversa e expansão, o que impossibilita a interpretação dos estados de tensão no plano composto pelas componentes de tensão associadas ao estado plano de tensão. Assim, a análise dos estados de tensão foi realizada apenas para a fase de estampagem. As componentes de tensão fora do plano da chapa atingem uma magnitude elevada para valores menores de deslocamento do punção, para pontos mais distantes da superfície livre da chapa. Para além disto, a maior distância dos pontos considerados à superfície livre da chapa implica que a razão entre a tensão radial e a tensão circunferencial é menor. Assim, observa-se que os estados de tensão apresentam uma gama de triaxialidade entre  $-1/3$  e valores cada vez mais próximos de zero, com o parâmetro de Lode a variar de  $-1$  a valores próximos de zero. Os resultados obtidos foram muito semelhantes para os dois casos de estudo, tendo sido possível concluir que isto se deveria a uma semelhança da razão de tamanhos das matrizes e das chapas dos dois casos. A diferença na folga entre a matriz e o punção afeta a distribuição das componentes de tensão fora do plano da chapa, para a trajetória de deformação plana.



Para o caso ALCOA foi realizada a comparação com os resultados experimentais. Neste contexto, procurou-se compreender a influência da distribuição das tensões de tração e dos coeficientes de Lankford no plano. Este estudo permitiu confirmar a influência da tendência dos coeficientes de Lankford no número de orelhas de estampagem, bem como o impacto da amplitude de variação das tensões à tração na magnitude das orelhas. Ainda assim, é de notar, o quão difícil é prever o impacto dos parâmetros utilizados nas identificações dos critérios de plasticidade na previsão das orelhas, uma vez que existe uma forte interação entre os parâmetros. Neste contexto, este trabalho permitiu realçar a influência da distribuição da tensão de corte na altura média da taça. Neste contexto, resta mencionar que a identificação de parâmetros com recurso a uma estratégia clássica, conduz a um processo de tentativa-erro, com base no ajuste dos pesos de cada dado experimental utilizado na identificação, que é muito dependente do utilizador, como se pode concluir deste trabalho.



---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alves, J. L. de C. M. (2003). *Simulação Numérica do Processo de Estampagem de Chapas Metálicas - Modelação mecânica de métodos numéricos*.
- Amaral, R. L., Leitão, C., Oliveira, M. C., Santos, A. D., Simões, V., & Vincze, G. (2019). *Characterization of the mechanical behavior of an aluminum alloy (0.58 mm thick sheet)*.
- Barlat, F., Aretz, H., Yoon, J. W., Karabin, M. E., Brem, J. C., & Dick, R. E. (2005). Linear transformation-based anisotropic yield functions. *International Journal of Plasticity*, 21(5), 1009–1039. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2004.06.004>
- Barlat, F., Brem, J. C., Yoon, J. W., Chung, K., Dick, R. E., Lege, D. J., Pourboghrat, F., Choi, S. H., & Chu, E. (2003). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets - Part 1: Theory. *International Journal of Plasticity*, 19(9), 1297–1319. [https://doi.org/10.1016/S0749-6419\(02\)00019-0](https://doi.org/10.1016/S0749-6419(02)00019-0)
- Barros, P. D. (2017). *Numerical Simulation of the Deep-Drawing of Cylindrical Cups* (Issue August). Universidade de Coimbra.
- Barros, P. D., Alves, J. L., Oliveira, M. C., & Menezes, L. F. (2018). Study on the effect of tension-compression asymmetry on the cylindrical cup forming of an AA2090-T3 alloy. *International Journal of Solids and Structures*, 151, 135–144. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.06.034>
- Barros, P. D., Neto, D. M., Alves, J. L., Oliveira, M. C., & Menezes, L. F. (2015). DD3IMP, 3D Fully Implicit Finite Element Solver: Implementation of CB2001 Yield Criterion. *Romanian Journal of Technical Sciences – Applied Mechanics*, 60(1–2), 105–136.
- Carvalho, P. D. M. (2016). *Failure prediction in can's deep drawing*.
- Cazacu, O. (2018). New yield criteria for isotropic and textured metallic materials. *International Journal of Solids and Structures*, 139–140, 200–210. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.01.036>
- Cazacu, O., & Barlat, F. (2001). Generalization of Drucker's yield criterion to orthotropy. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 6(6), 613–630.

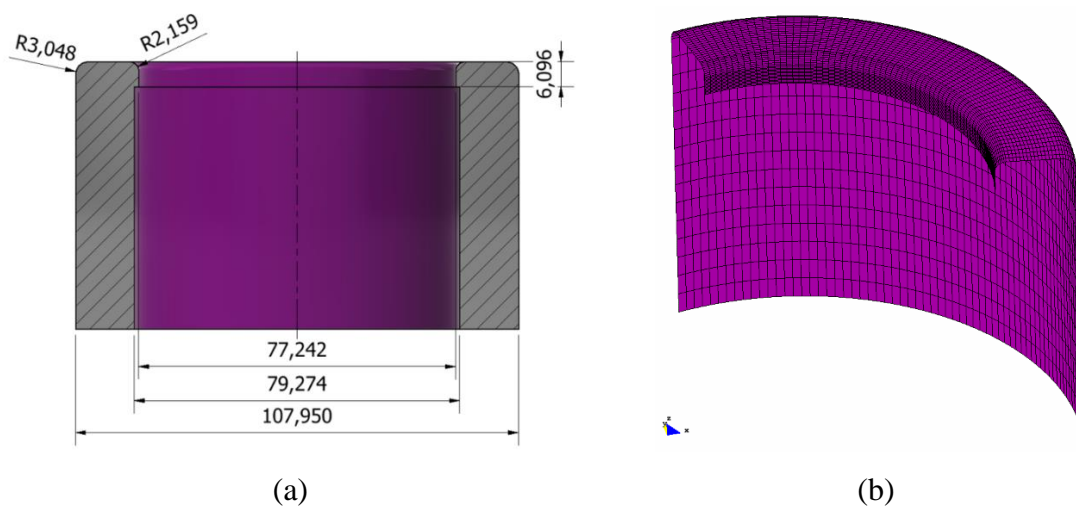
- <https://doi.org/10.1177/108128650100600603>
- Cazacu, O., Plunkett, B., & Barlat, F. (2006). Orthotropic yield criterion for hexagonal closed packed metals. *International Journal of Plasticity*, 22(7), 1171–1194.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2005.06.001>
- Dick, R. E. (2017). *Anisotropy and Failure Modeling for Nonlinear Strain Paths and Its Application to Rigid Packaging*.
- Dick, R. E., Yoon, J. W., & Lou, Y. (2020). *Benchmark 3 - Failure Prediction After Cup Drawing, Reverse Redrawing and Expansion* (p. 13).
- Ha, J., Baral, M., & Korkolis, Y. P. (2018). Plastic anisotropy and ductile fracture of bake-hardened AA6013 aluminum sheet. *International Journal of Solids and Structures*, 155, 123–139. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.07.015>
- Ha, J., Baral, M., & Korkolis, Y. P. (2019). Ductile fracture of an aluminum sheet under proportional loading. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 132, 103685. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2019.103685>
- Hill, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 193(1033), 281–297. <https://doi.org/10.1098/rspa.1948.0045>
- Lademo, O. G., Hopperstad, O. S., & Langseth, M. (1999). Evaluation of yield criteria and flow rules for aluminum alloys. *International Journal of Plasticity*, 15(2), 191–208. [https://doi.org/10.1016/S0749-6419\(98\)00064-3](https://doi.org/10.1016/S0749-6419(98)00064-3)
- Lee, Y.-L., Barkey, M. E., & Kang, H.-T. (2012). *Metal Fatigue Analysis Handbook*.
- Li, K. P., Carden, W. P., & Wagoner, R. H. (2002). Simulation of springback. *International Journal of Mechanical Sciences*, 44(1), 103–122. [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(01\)00083-2](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(01)00083-2)
- Neto, D. M. (2014). *Numerical simulation of frictional contact problems using Nagata patches in surface smoothing*. September, 350.
- Oliveira, M. C., Cazacu, O., Chandola, N., Alves, J. L., & Menezes, L. F. (2015). *On the effect of the ratio between the yield stresses in shear and in uniaxial tension on forming of isotropic materials*. 9.
- Plunkett, B., Cazacu, O., & Barlat, F. (2008). Orthotropic yield criteria for description of the anisotropy in tension and compression of sheet metals. *International Journal of Plasticity*, 24(5), 847–866. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2007.07.013>

- The International Aluminium Institute. (2018). *Aluminium Packaging Benefits - Lightweight*. <http://packaging.world-aluminium.org/benefits/lightweight/>
- van den Beukel, A. (1975). Theory of the effect of dynamic strain aging on mechanical properties. *Physica Status Solidi (A)*, 30(1), 197–206.  
<https://doi.org/10.1002/pssa.2210300120>
- Watson, M., Dick, R., Huang, Y. H., Lockley, A., Cardoso, R., & Santos, A. (2016). Benchmark 1 - Failure Prediction after Cup Drawing, Reverse Redrawing and Expansion Part A: Benchmark Description. *Journal of Physics: Conference Series*, 734(2). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/734/2/022001>
- Xiang, Y., & Vlassak, J. J. (2005). Bauschinger effect in thin metal films. *Scripta Materialia*, 53(2), 177–182. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2005.03.048>
- Yoon, J. W., Dick, R. E., & Barlat, F. (2011). A new analytical theory for earing generated from anisotropic plasticity. *International Journal of Plasticity*, 27(8), 1165–1184.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2011.01.002>

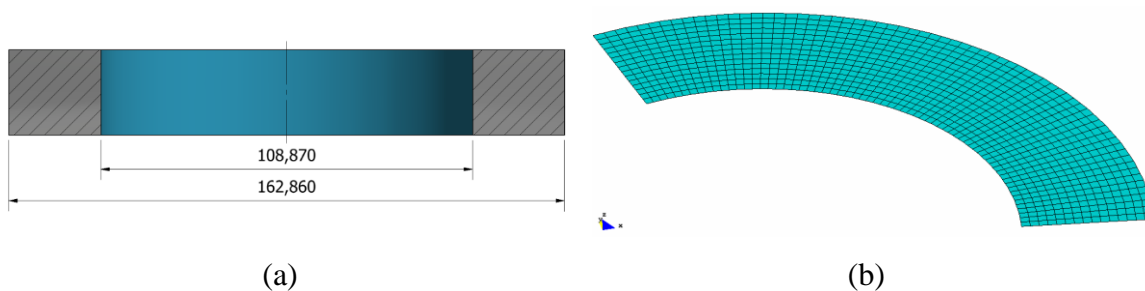


## ANEXO A

Apresentam-se de seguida as dimensões das ferramentas e as discretizações utilizadas para o primeiro e o segundo caso de estudo.



**Figura A.1.** Caso de estudo BM3 - Punção 1: (a) esquema (b) modelo.



**Figura A.2.** Caso de estudo BM3 - Cerra-chapas 1: (a) esquema (b) modelo.

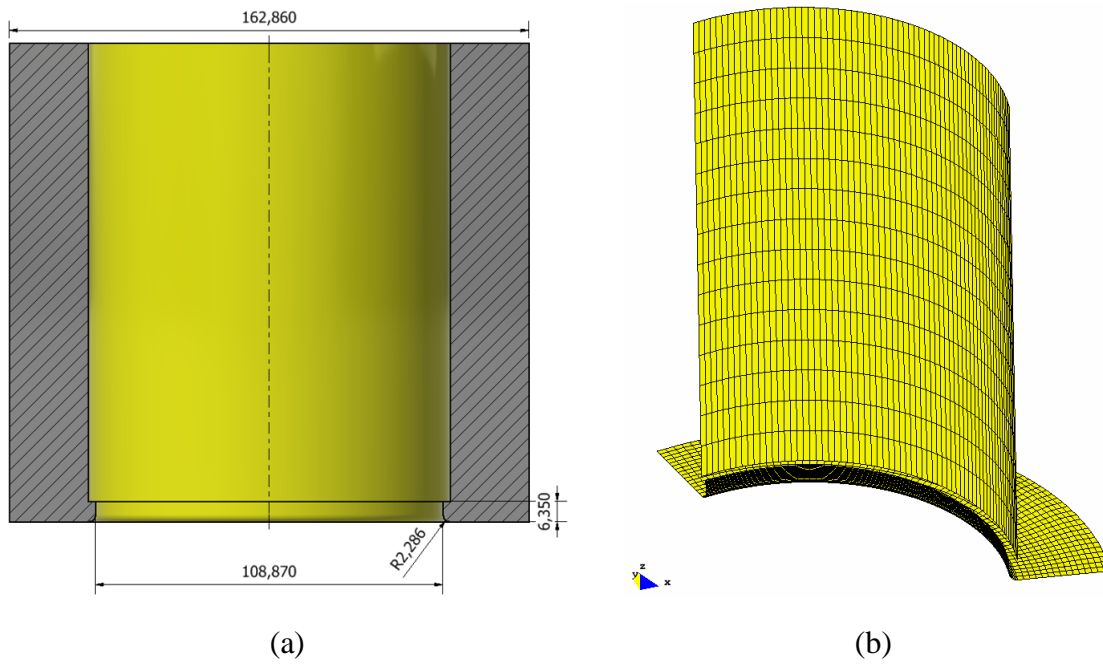


Figura A.3. Caso de estudo BM3 - Matriz 1: (a) esquema (b) modelo.

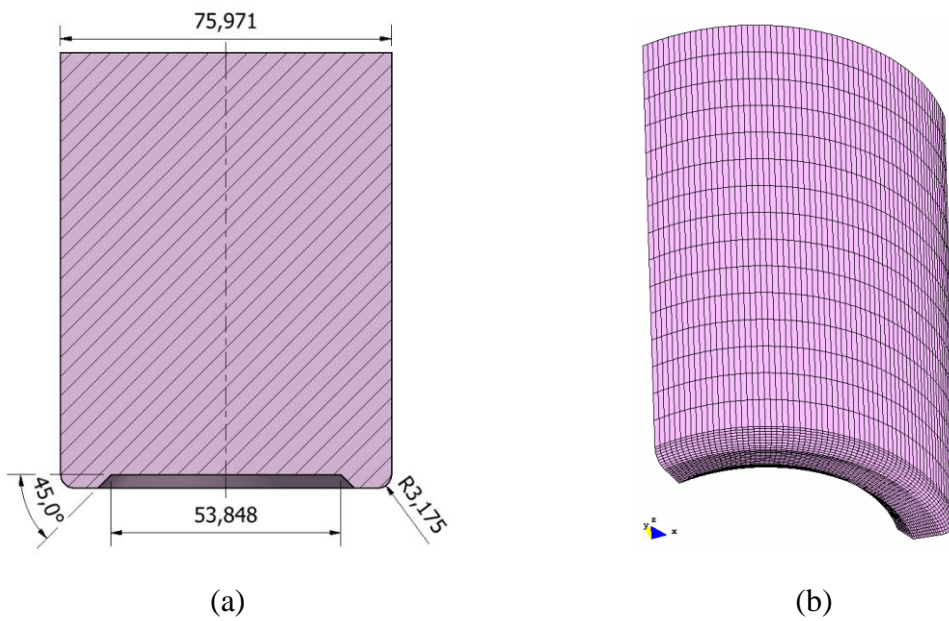
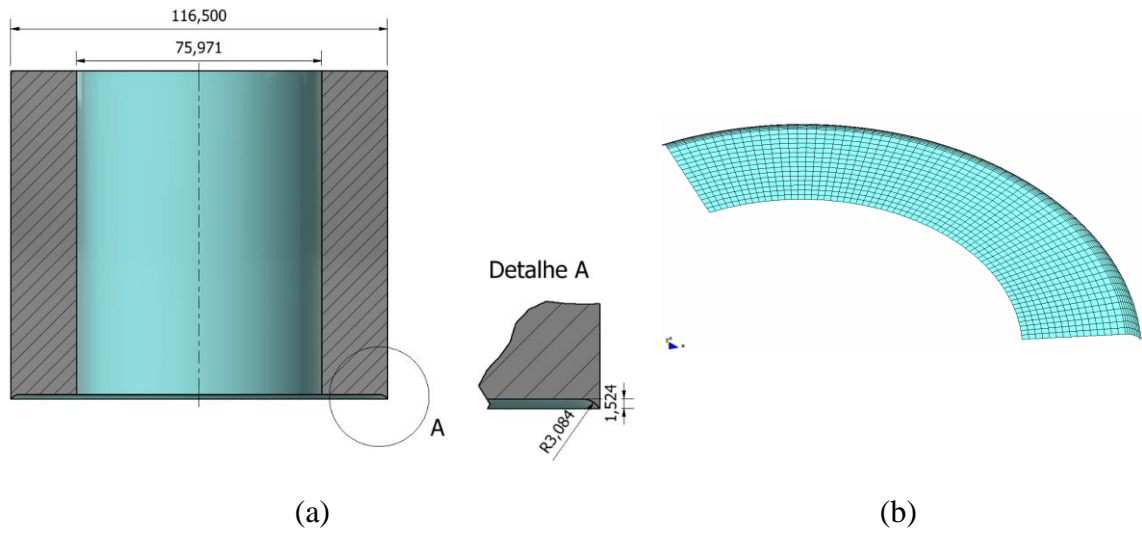
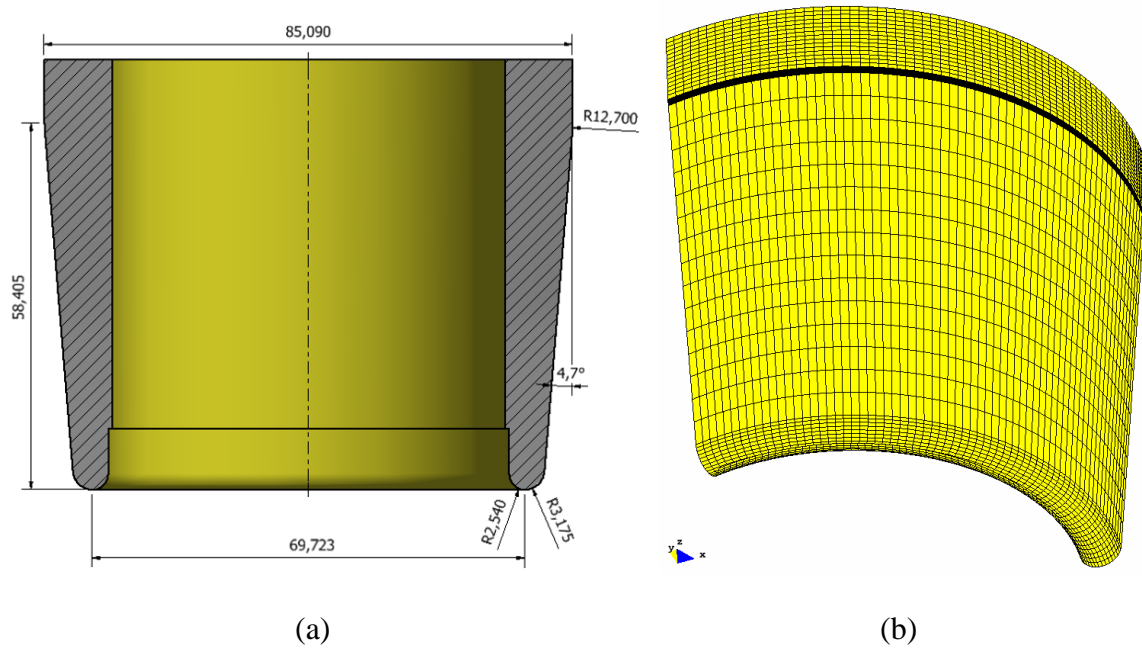


Figura A.4. Caso de estudo BM3 - Punção 2: (a) esquema (b) modelo.





**Figura A.5.** Caso de estudo BM3 - Cerra-chapas 2: (a) esquema (b) modelo.



**Figura A.6.** Caso de estudo BM3 - Punção de Expansão: (a) esquema (b) modelo.

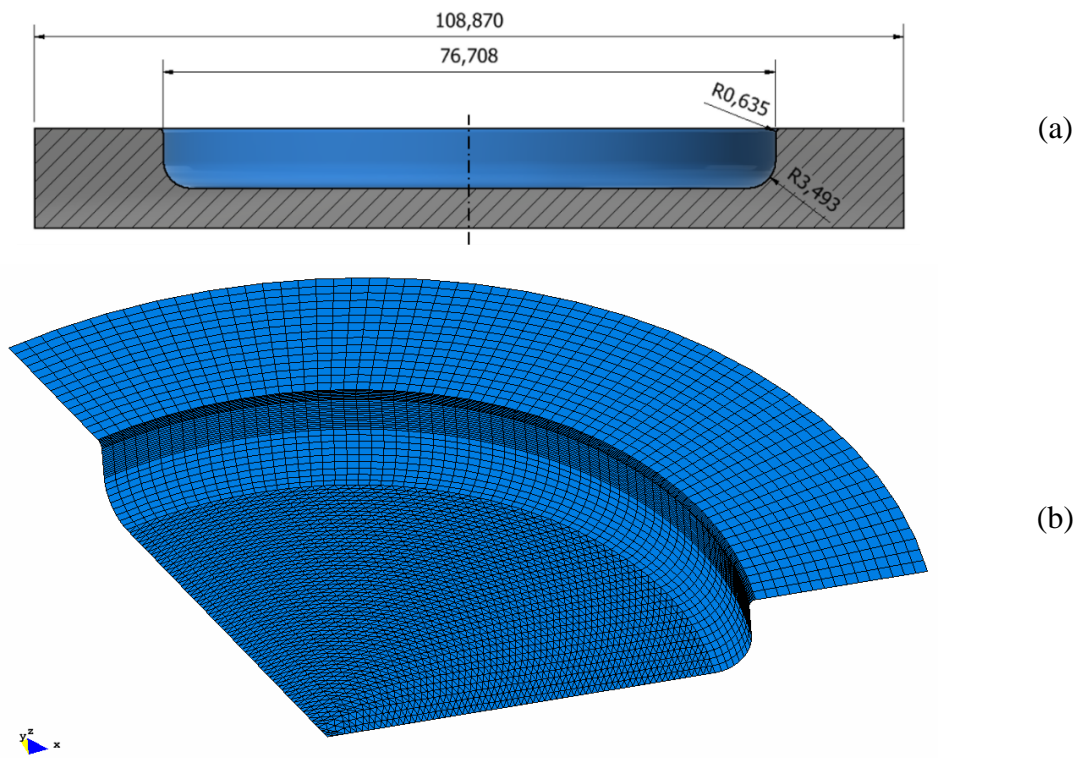


Figura A.7. Caso de estudo BM3 - Suporte: (a) esquema (b) modelo.

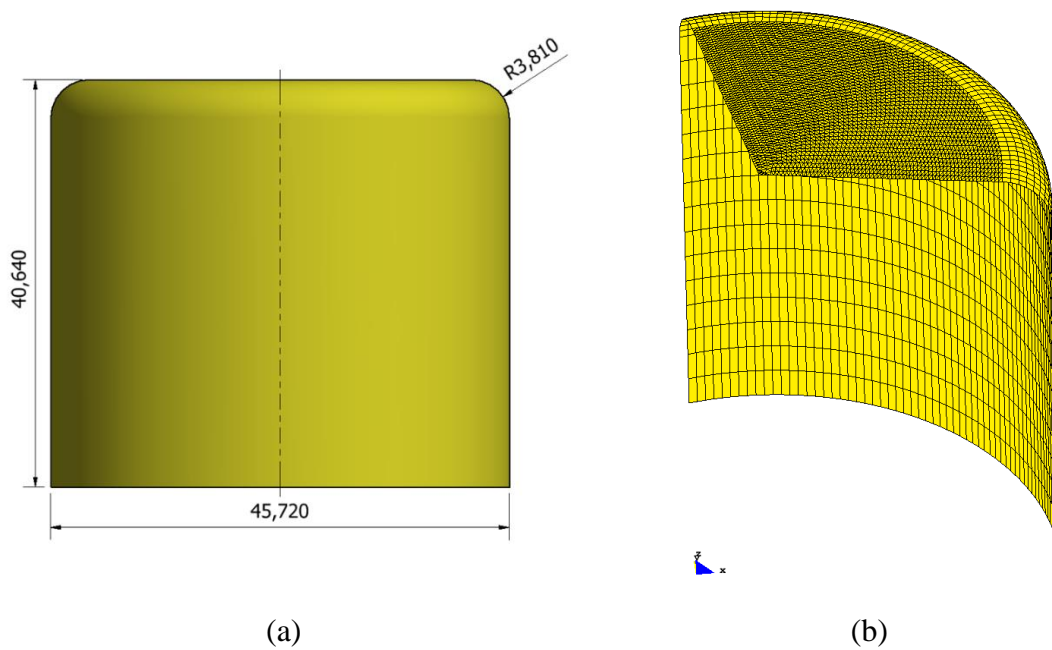
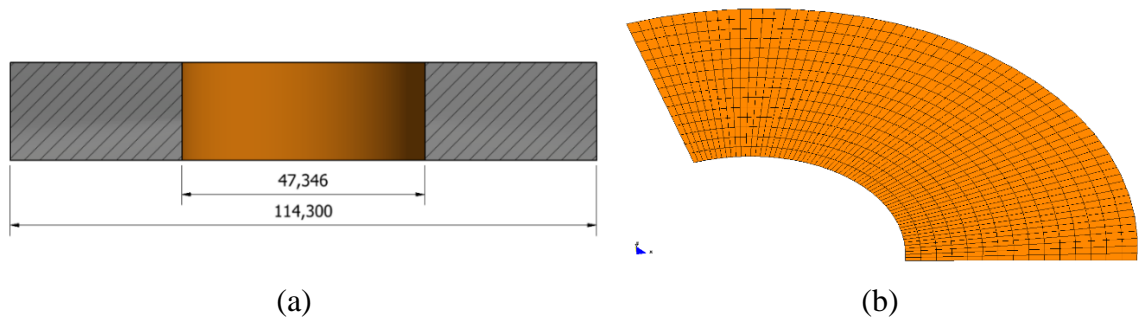
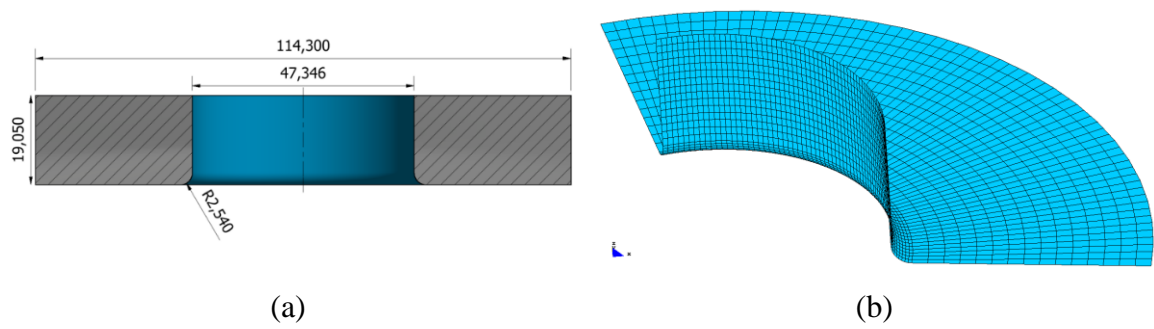


Figura A.8. Caso de estudo ALCOA - Punção: (a) esquema (b) modelo.



**Figura A.9.** Caso de estudo ALCOA - Cerra-chapas: (a) esquema (b) modelo.



**Figura A.10.** Caso de estudo ALCOA - Matriz: (a) esquema (b) modelo.



## ANEXO B

De seguida são apresentados os parâmetros de anisotropia para todas as identificações consideradas ao longo do presente trabalho.

**Tabela B.1.** Parâmetros de anisotropia para a identificação realizada para o critério CB2001 (BM3).

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
0,5337	0,8323	1,2839	0,8782	1	1
$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$
-1,4181	-5	-2,4387	-5	-3,9214	1
$b_7$	$b_8$	$b_9$	$b_{10}$	$b_{11}$	$c$
1	1	1	-2,6731	1	-0,1378

**Tabela B.2.** Parâmetros de anisotropia para o critério CPB06e2 com  $\alpha=8$  (BM3).

$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{55}$	$C_{66}$	$C_{23}$	$C_{13}$	$C_{12}$
1	1,1017	-1,4404	1	1	-1,3901	0,0380	-0,5758	-0,0804
$C'_{11}$	$C'_{22}$	$C'_{33}$	$C'_{44}$	$C'_{55}$	$C'_{66}$	$C'_{23}$	$C'_{13}$	$C'_{12}$
1	0,6766	-1,0982	1	1	-0,9629	-0,6373	0,4452	-0,4929

**Tabela B.3.** Parâmetros de anisotropia para o critério CPB06e2 com  $\alpha=10$  (BM3).

$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{55}$	$C_{66}$	$C_{23}$	$C_{13}$	$C_{12}$
1	1,0935	1,2878	1	1	1,2310	0,6437	0,0303	0,5684
$C'_{11}$	$C'_{22}$	$C'_{33}$	$C'_{44}$	$C'_{55}$	$C'_{66}$	$C'_{23}$	$C'_{13}$	$C'_{12}$
1	1,1550	-1,2622	1	1	-1,0824	-0,0150	-0,4327	-0,0958

**Tabela B.4.** Parâmetros de anisotropia para a identificação realizada para o critério CB2001 para  $r_{b1}$  (ALCOA).

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
0,9723	0,9008	0,5384	1,0342	1	1
$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$
-0,0948	-5	-0,8683	-1,6978	-2,0516	1
$b_7$	$b_8$	$b_9$	$b_{10}$	$b_{11}$	$c$
1	1	1	-1,7663	1	-0,7139

**Tabela B.5.** Parâmetros de anisotropia para a identificação realizada para o critério CB2001 para  $r_{b2}$  (ALCOA).

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
0,0632	-0,4702	1,7246	1,0710	1	1
$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$
4,8399	-2,0137	-3,6551	-4,6197	-5,0000	1
$b_7$	$b_8$	$b_9$	$b_{10}$	$b_{11}$	$c$
1	1	1	-2,0938	1	-0,3861

**Tabela B.6.** Parâmetros de anisotropia para o critério CPB06ex2 com  $\alpha=8 r_{b1}$ .

$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{55}$	$C_{66}$	$C_{23}$	$C_{13}$	$C_{12}$
1	1,1529	-0,6831	1	1	1,4156	0,2192	0,1197	0,4798
$C'_{11}$	$C'_{22}$	$C'_{33}$	$C'_{44}$	$C'_{55}$	$C'_{66}$	$C'_{23}$	$C'_{13}$	$C'_{12}$
1	1,3558	-1,1404	1	1	-1,2145	0,2395	-0,5558	-0,0795

**Tabela B.7.** Parâmetros de anisotropia de todas as identificações consideradas na secção 5.4.

<b>a=8_rb1</b>								
$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{55}$	$C_{66}$	$C_{23}$	$C_{13}$	$C_{12}$
1	1,1494	-0,7825	1	1	1,4852	0,1859	0,0072	0,4067
$C'_{11}$	$C'_{22}$	$C'_{33}$	$C'_{44}$	$C'_{55}$	$C'_{66}$	$C'_{23}$	$C'_{13}$	$C'_{12}$
0,4067	1,4792	-1,1337	1	1	1,2577	0,3116	-0,5223	-0,0242
<b>a=8_rb2</b>								
$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{55}$	$C_{66}$	$C_{23}$	$C_{13}$	$C_{12}$
1	1,2108	1,0183	1	1	1,4724	0,1256	0,4255	0,6243
$C'_{11}$	$C'_{22}$	$C'_{33}$	$C'_{44}$	$C'_{55}$	$C'_{66}$	$C'_{23}$	$C'_{13}$	$C'_{12}$
1,1044	1,4722	-1,1245	1	1	1,3189	0,3028	-0,5279	-0,0270
<b>a=8_rb1_s45=s90=20</b>								
$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{55}$	$C_{66}$	$C_{23}$	$C_{13}$	$C_{12}$
1	0,5687	0,3984	1	1	-1,2728	1,1804	-0,0709	0,2519
$C'_{11}$	$C'_{22}$	$C'_{33}$	$C'_{44}$	$C'_{55}$	$C'_{66}$	$C'_{23}$	$C'_{13}$	$C'_{12}$
1,0148	1,2429	-1,1066	1	1	-1,1631	0,2106	-0,4649	0,0088
<b>a=8_rb1_s45=s90=20_r90=5</b>								
$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{55}$	$C_{66}$	$C_{23}$	$C_{13}$	$C_{12}$
1	0,9430	1,1005	1	1	1,2548	-0,1839	0,4515	0,1674
$C'_{11}$	$C'_{22}$	$C'_{33}$	$C'_{44}$	$C'_{55}$	$C'_{66}$	$C'_{23}$	$C'_{13}$	$C'_{12}$
1,1616	0,7729	0,8687	1	1	-1,0884	1,2932	0,7032	-0,1897
<b>a=8_s45=s90=20_r=0.25_ns</b>								
$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{55}$	$C_{66}$	$C_{23}$	$C_{13}$	$C_{12}$
1	0,8571	-0,3935	1	1	0,7028	-0,3777	-0,3540	0,2344
$C'_{11}$	$C'_{22}$	$C'_{33}$	$C'_{44}$	$C'_{55}$	$C'_{66}$	$C'_{23}$	$C'_{13}$	$C'_{12}$

1,0890	1,0130	0,2228	1	1	-1,2012	0,3716	0,6080	-0,0778
<b>a=8_s30=30_r=0.25_ns_ws</b>								
$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{55}$	$C_{66}$	$C_{23}$	$C_{13}$	$C_{12}$
1	0,9498	1,1395	1	1	-1,2665	-0,0458	0,1658	-0,0424
$C'_{11}$	$C'_{22}$	$C'_{33}$	$C'_{44}$	$C'_{55}$	$C'_{66}$	$C'_{23}$	$C'_{13}$	$C'_{12}$
1,0094	1,2407	0,0849	1	1	1,0655	0,1402	-0,4816	0,0094