



UNIVERSIDADE D
COIMBRA

Filipe Ngandu Palanca

QUEBRA DINÂMICA DE SIMETRIA NO MODELO STANDARD
PARA A FORMAÇÃO DE UM HIGGS COMPOSTO

VOLUME 1

**Dissertação no âmbito do programa de Pós-graduação / Mestrado em Física,
ao ramo de Física Nuclear e Partículas orientada pela Doutora Brigitte Hiller
e Doutor João Moreira, e apresentada ao departamento de Física da
Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade de Coimbra, aplicável a
unidade orgânica
Modelos Nucleares e Hadrónicos.**

Julho de 2019

UNIVERSIDADE DE COIMBRA-UC

Faculdade de Ciências e Tecnologia

Departamento de Física

Portugal

Filipe Ngandu Palanca

**QUEBRA DINÂMICA DE SIMETRIA NO MODELO STANDARD
PARA A FORMAÇÃO DE UM HIGGS COMPOSTO**

Orientadores:

Doutora Brigitte Hiller

Doutor João Moreira

*Dissertação de Mestrado Apresentado ao programa de Pós-Graduação em Física, Submetida à
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra para apreciação e
aprovação à especialização em Física Nuclear e Partículas*

Coimbra

2019

Neste mundo, nada é para ser temido, somente compreendido.

Madame Curie, 1867-1934

Agradecimentos

De facto nenhum livro ou qualquer fonte escrita que se queira publicar constitui tarefa de uma e só uma única pessoa, sendo em muitos casos um empreendimento coletivo, um produto Histórico que , por mais que seja levado acabo por pessoa singular, mas que realmente tem na sua génese uma rede infinita de valiosos contributos de outras pessoas que muitas vezes se perde no tempo, possibilitando de certa forma uma partilha generalizada de experiencias, conhecimentos, reflexões e investigações, elementos catalisadores de uma construção plena da intelectualidade e do espírito humano. Por este facto, agradeço primeiramente a Deus todo poderoso, por me ter concedido vida, saúde, sabedoria, proteção física e espiritual. Aos meus pais pela Educação, incentivo e apoio constante na formação académica.

Aos meus orientadores **Doutora Brigitte Hiller** e **Doutor João Moreira** pelos constantes ensinamentos, pela paciência e maior dedicação prestadas durante a elaboração e orientação deste trabalho. Agradeço ao **Doutor Alex Blin** pelo seu valioso contributo e exemplo de amizade e autenticidade.

A todos os meus professores desde o ensino de base, médio e superior, em especial aos do Curso de Física (tanto no ISCED no Lubango/Huíla, assim como na FCTUC - Coimbra). Aos meus amigos e colegas de trabalho em Angola, Abel Pilarte dos S. Lourenço, Lucas Bonifácio Kaiva, Zeferino Kanepa Soares, Sebastião S. Rufino, Francisco Mungamba, Dr. Francisco José Chingue (Diretor da EFP-Cubal/Benguela), Arq. Felisberto Amado (Chefe do departamento de Arquitetura e Engenharia da Universidade Católica de Benguela), Coronel Jacinto Muzoi (Chefe do dept. AMEx do Lobito-Benguela), pelo incentivo e apoio moral. Aos meus amigos em Portugal, Magno, Aldair da Costa, Osvaldo Kidy, Elzo dos Santos, Vicente Neto, João Inácio, Alfredo Munquela, Elinda Valdemira, Gilmar, Jamal, Pe. Afonso M. dos Santos, Boaventura Simões e em especial Anna Catherine Chongo Mangue pelo apoio, amizade e carinho. Enfim, a todos que direta ou indiretamente ajudaram-me a percorrer esta trajetória, o meu muito obrigado.

Dedicatória

Dedico este trabalho a todos aqueles que direta ou indiretamente marcaram de forma indelével minha trajetória acadêmica e não só, nomeadamente:

Aos meus amados e respeitosos pais: **Evaristo Palanca, Juliana Cuva e Mariana Dumbila** (*Mamãs, que vossa alma descanse em paz, pois saibam que na minha mente sereis sempre imortais na medida em que irei me lembrar sempre de vocês com muito carinho, Deus esteja convosco sempre*);

Aos meus irmãos: Elias Palanca, Manasseis Palanca, Ernesto Palanca, Laura Muvange, Édna Matoca, Nené J. Palanca, Júnia Palanca, Emília Palanca e outros...

Aos meus queridos filhos: Dumila Palanca, Juciliana Palanca e Hollycélsius Palanca por me encherem de tanto orgulho, pois foi com eles que eu aprendi a ser um pai exemplar;

À minha querida, Mariana Anacleta Segundo, por me ter dado filhos de que tanto me orgulho e pelo apoio moral que sempre me deu, o meu muito obrigado;

Aos meus amados Primos: Américo, Emanuel Manjolo, Zacarias Valentino e outros, por ter aprendido muito com eles sobre vários aspetos da vida, pois são e sempre serão um espelho do qual me vejo todos os dias para ser um bom exemplo para todos aqueles que me rodeiam.

Abstract

The subject of this thesis (Dynamic Symmetry Breaking in the Standard Model for the formation of a composite Higgs), is the viability of an interaction between quarks and antiquarks of the type NJL for reinterpretation of the Higgs as a particle with internal structure of heavy quark and antiquark (top, bottom). This will establish a parallelism between the Higgs and the sigma meson of the NJL. The NJL model describes the dynamic breaking of the chiral symmetry at the 1 GeV scale, with the formation of a nonzero condensate of quarks, giving mass to the quarks and generating Goldstone modes and the mass of the sigma meson. In the case of the Standard model, it is hypothesized that the electroweak symmetry will be dynamically broken with the formation of a non-zero condensate for the top quark, and its mass generation. As in the Standard model, this condensate will give mass to the W and Z electroweak bosons and the Goldstone modes will be converted into states of longitudinal polarization of the same. The scalar-isoscalar mode will be the Higgs. In this thesis will be formulated the Lagrangian with the interaction of four quarks suitable for the electroweak symmetry and will be obtained the conditions that lead in the Higgs sector to the couplings of the interaction Yukawa to the family of heavy quarks. The gap equations and the mass of the scalars will be calculated and the Goldstone theorem verified. This study will be the basis for possible extensions of the model to more complex interactions, such as eight quarks, which will probably be necessary to obtain the empirical values of the mass of the top quark and Higgs boson.

Key words : *Standard model, dynamic symmetry breaking, Nambu - Jonas - Lasinio model, Yukawa interaction, composite Higgs.*

Resumo

Relativamente ao tema em destaque “*Quebra Dinâmica de Simetria no Modelo Standard para a formação de um Higgs composto*”, estudaremos a viabilidade duma interação entre quarks e antiquarks do tipo NJL para reinterpretação do Higgs como uma partícula com estrutura interna de quark e antiquark pesados (top, bottom). Isto permitirá estabelecer um paralelismo entre o Higgs e o mesão sigma do NJL. O modelo NJL descreve a quebra dinâmica da simetria quiral à escala de 1 GeV, com formação dum condensado não nulo de quarks, dando massa aos quarks e gerando modos de Goldstone (piões) e a massa do mesão sigma. No caso do modelo Standard coloca-se a hipótese de a simetria eletrofraca ser quebrada dinamicamente com formação dum condensado não nulo para o quark top, e geração da sua massa. Como no modelo Standard, este condensado dará massa aos bósons eletrofracos W e Z e os modos de Goldstone serão convertidos em estados de polarização longitudinal dos mesmos. O modo escalar-isoescalar será o Higgs. Nesta tese será formulada a Lagrangiana com a interação de quatro quarks adequada para a simetria eletrofraca e serão obtidas as condições que conduzem no sector Higgs aos acoplamentos da interação Yukawa para a família dos quarks pesados. As equações do gap e a massa do escalar serão calculadas e verificado o teorema de Goldstone. Este estudo será a base para eventuais extensões do modelo para interações mais complexas, como por exemplo de oito quarks, que provavelmente serão necessárias para obter os valores empíricos da massa do quark top e do bosão Higgs.

Palavras – Chaves : *Modelo standard, quebra dinâmica de simetria, Modelo de Nambu-Jona-Lasinio, Interação de Yukawa, Higgs composto.*

Índice

1	Introdução	3
2	Modelo Standard	6
2.1	Partículas e Interações Fundamentais	6
2.2	Simetria	8
2.2.1	Simetrias de <i>Gauge</i>	10
2.2.2	Simetrias na cromodinâmica quântica (QCD)	11
2.2.3	Interações Eletrofracas	17
2.3	O Teorema de Goldstone e o Mecanismo de Higgs	23
2.3.1	Teorema de Goldstone	23
2.3.2	O Mecanismo de Higgs no Modelo Standard	24
2.3.3	Bosão de Higgs: detecção experimental	28
3	Quebra Dinâmica de Simetria no Modelo Standard para a Formação de um Higgs Composto	33
3.1	O Modelo de Nambu Jona – Lasinio	33
3.2	Interação de Yukawa como base para a bosonização do Modelo NJL	39
4	Conclusões	56
4.1	Conclusão do capítulo 2	56
4.2	Conclusão do capítulo 3	57
4.3	Conclusão geral	59
Apêndice A	Convenções e formalismo	62
A.1	Convenções e Notação	62
A.2	Tópicos Básicos em Teoria de Campos	64
4.3.1	Projectores quirais	64
A.3	Método de proper-time	67
Apêndice B	Cálculos auxiliares	67
B.1	Propriedades úteis de traços	67
B.2	Cálculo de traços relevantes	68
B.3	Diagonalização	70
B.4	Integração Gaussiana sobre as variáveis S e P	73
5	Bibliografia	75

1 Introdução

A curiosidade sobre de quê a matéria é feita não é, com certeza, exclusividade das gerações mais recentes dos físicos de partículas elementares. O conceito de que a matéria é constituída por partículas indivisíveis, os átomos, nasceu na Grécia antiga com Leucipo de Mileto (460 – 370 a.C.) tendo sido desenvolvida mais tarde por Demócrito de Abdera (470–380 a.C.) [1]. Contudo, de lá para cá, os pressupostos teóricos atomistas foram alvo de muitos debates na esfera científica e Filosófica. Foi apenas no século XIX, com as ideias e trabalhos desenvolvidos por John Dalton (1766-1844), que a hipótese atomista ganhou força, tornando-se ferramenta científica para a explicação de diversos fenómenos químicos e físicos. Esta ideia atomista teve, de facto, muitos adeptos ao longo dos séculos, mas também conviveu com opositores notáveis até o início do século XX, como os renomados cientistas Wilhelm Ostwald (alemão, 1853-1932) e Ernst Mach (austríaco, 1838-1916).

A Física Nuclear, já há muitos anos que vem ganhando algum protagonismo no mundo da ciência e por isso tem o seu respeito, e que na minha opinião pessoal digo ser o ramo da Física que revolucionou o mundo do ponto de vista técnico-científico. Nasceu em 1911 num laboratório da cidade inglesa de Manchester por obra de Ernest Rutherford, o físico Britânico de origem neozelandesa que ficou justamente célebre pela descoberta do núcleo. Surgiu da habilidade de um experimentalista que conseguiu identificar partículas no centro do átomo. Apesar de alguns processos radiativos já serem conhecidos desde os finais do século passado, a respetiva origem só ficaria clara quando se encontrou o núcleo.

Foi a partir dos primeiros trabalhos de Rutherford que o núcleo acabou sendo o grande objeto de interesse de muitos físicos, assim como engenhosos experimentalistas e teóricos. Desta feita, digamos que por isso é que a física nuclear tão rapidamente se revelou, ganhando espaço como um dos ramos do desenvolvimento da física.

Curiosamente, podemos até admitir que, para o público em geral, a palavra “*nuclear*” está necessariamente associada a arma, o que não é puramente verdade, e como prova disso, eu pessoalmente sempre me deparei no dia a dia com certos indivíduos que levam a mão a cabeça após saberem que este é de facto o curso que frequento quando sou questionado, e o pior, é que muitas vezes tenho sido mal interpretado e até mesmo acusado pelos meus compatriotas, e não só, de pretender algum dia rebentar com bombas nucleares o meu

próprio país de origem (*Angola*), muitas vezes afirmação em espécie de brincadeira. Na origem desta conotação negativa está a associação feita pelo grande público com as armas que terminaram a maior guerra do século (a II guerra mundial). O esforço de guerra fez reunir em Los Alamos, nos Estados Unidos da América, uma parte considerável da elite dos físicos da altura podendo-se mesmo argumentar que nunca a "densidade de cérebros" fora tão grande em nenhuma parte do mundo. O que daí decorreu, como Hiroshima/Nagasaki, o fim da guerra e o equilíbrio do terror da "Guerra Fria", faz parte da história recente do mundo sendo por isso bastante conhecido.

A descoberta dos prótons por Rutherford e, mais tarde dos neutrões por Chadwick, assim como a constatação ainda posterior de que estes constituintes dos núcleos atômicos não são partículas elementares, mas sim compostos por partículas ainda menores (denominadas inicialmente por partões), deu origem a novos desenvolvimentos, tal como o que posteriormente chamou-se de Cromodinâmica Quântica (QCD) e o modelo dos quarks [2]. O desenvolvimento da física nuclear permitiu uma crescente compreensão de uma miríade de fenómenos estando também intimamente ligada à origem de outras áreas de capital importância para a Física, como por exemplo à física das partículas. Para além do seu impacto tecnológico inegável no mundo moderno, permitiu-nos aprofundar os conhecimentos sobre: quarks, simetrias, bóson de Higgs e a origem e descrição cosmológica. Do ponto de vista teórico este esforço culmina na formulação do Modelo *Standard* (parte do tema de análise deste trabalho).

O tema do presente trabalho está centrado na quebra dinâmica de simetria no Modelo *Standard*. O principal objetivo é estudar a viabilidade duma interação entre quarks e antiquarks do tipo NJL para reinterpretar o Higgs como uma partícula com estrutura interna de quark e antiquark pesados (top, bottom). Isto permitirá estabelecer um paralelismo entre o Higgs e o mesão sigma do NJL.

O modelo NJL descreve a quebra dinâmica da simetria quiral à escala de 1 GeV, com formação dum condensado não nulo de quarks, dando massa aos quarks e gerando modos de Goldstone (piões) e a massa do mesão sigma. No caso do Modelo *Standard* coloca-se a hipótese de a simetria eletrofraca ser quebrada dinamicamente com formação dum condensado não nulo para o quark top, e geração da sua massa. No Modelo *Standard*, este condensado dará massa aos bósons eletrofracos W e Z e os modos de Goldstone serão convertidos em estados de polarização longitudinal dos mesmos. O modo escalar será o Higgs.

Nesta tese será formulada a Lagrangiana com a interação de *quatro quarks* adequada para a simetria electrofraca e serão obtidas as condições que conduzem no sector Higgs aos acoplamentos da interação Yukawa para a família dos quarks pesados. As equações do *gap* e a massa dos mesões escalar e pseudoescalar mais leves serão calculadas a fim de se verificar o teorema de Goldstone. Este estudo pode ser a base para eventuais extensões do modelo para interações mais complexas, como por exemplo de oito quarks, que provavelmente serão necessárias para obter os valores empíricos da massa do quark top e do bóson Higgs, (tal como já foi referido na secção do resumo deste trabalho).

Esta tese encontra-se dividida em quatro partes (para além da presente Introdução, capítulo 1):

- no segundo capítulo faremos uma breve abordagem ao Modelo Standard - Partículas e interações fundamentais, Simetrias em QCD e Interações Electrofracas, o teorema de Goldstone e o Mecanismo de Higgs, estabelecendo assim as bases e fundamentos suficientes para estudar o tema em destaque.
- o terceiro capítulo, aborda assuntos relacionados ao estudo do Higgs composto quando a simetria dinâmica é quebrada no Modelo Standard por via da interação de Yukawa, tal como: o Modelo de Nambu Jona – Lasinio (que descreve a quebra de simetria quiral), [3] e a interação de Yukawa, que constitui a base para a bosonização no Modelo NJL.
- o quarto capítulo que compõe a conclusão tanto do 1º capítulo, 2º capítulo assim como a conclusão geral deste trabalho.
- por último, os apêndices, para onde relegamos alguns cálculos e materiais de apoio ao que foi estudado na tese

2 Modelo Standard

2.1 Partículas e Interações Fundamentais

O Modelo *Standard* (*Standard Model* - SM) da Física das partículas é um formalismo que engloba Teorias de Padrão (*Gauge Theories*) e que descreve três das quatro forças fundamentais conhecidas, interação forte, fraca, e eletromagnética, assim como as partículas fundamentais que constituem toda a matéria. A quarta força fundamental da natureza, a gravitação, não é incluída por ainda não existir uma teoria quântica consistente para a Relatividade Geral. Pode-se considerar que o arquétipo para a construção do Modelo *Standard* foi a Eletrodinâmica Quântica que foi testada e verificada com precisão. O termo *Standard Model* foi introduzido por Abraham Pais e Sam Treiman em 1975 [4] para designar o conjunto de teorias quântica de campos que descrevem de forma unificada as interações fraca e eletromagnética e que tinham sido desenvolvidas na década anterior. Atualmente considera-se a extensão que inclui também a Cromodinâmica Quântica (*Quantum Chromodynamics* - QCD).

As partículas fundamentais são classificadas como:

► **Fermiões**

São partículas que constituem a matéria, caracterizadas intrinsecamente por terem *spin* semi-inteiro (no caso dos fermiões fundamentais $s=1/2$), e que obedecem ao princípio de exclusão de Pauli, no qual fermiões idênticos não podem compartilhar do mesmo estado quântico. Os fermiões são classificados pelos seguintes números quânticos de sabor:

- Leptões (elétron, múon, tau e seus neutrinos);
- Quarks (*up*, *down*, *charm*, *strange*, *top* e *bottom*).

A origem semântica de "quark" vem de "*Three Quarks for Muster Mark*", da obra *Finnegans Wake*, de James Joyce. Cada quark (*up*, *down* ou qualquer outro sabor) pode existir em três diferentes cores: vermelho, verde e azul. Estas em nada estão relacionadas com o conceito de cor espectral, mas designam o equivalente à carga elétrica para o caso da QCD. A interação forte, que mantém, por exemplo, os quarks ligados no interior dos prótons e nêutrons, tendo origem no número quântico de cor dos quarks (por isso o nome

Cromodinâmica Quântica). A cor faz com que a interação entre os quarks aumente com a distância (ao contrário do que acontece com as interações fraca e electromagnética). Eles sempre são encontrados em combinações neutras chamadas de hádrões, fenômeno conhecido como confinamento.

Leptões (cujo nome vem originalmente de grego antigo para pequeno, *leptós*), diferentemente dos quarks não possuem número quântico cor, e as suas interações são somente eletromagnética e fraca (além da gravítica não considerada no SM).

➤ **Bosões**

São partículas de spin inteiro e não obedecem o princípio de exclusão de Pauli. Os transmissores das interações do SM possuem o spin $s=1$. São os seguintes:

- Fotões – os mediadores da interação eletromagnética. Sem massa, de alcance infinito;
- Bosões W^+ , W^- e Z – os mediadores da interação fraca. Massivos e por isso de alcance limitado;
- Gluões – Mediadores da interação forte que também carregam carga de cor. Isso significa que eles interagem entre si através da própria força forte, o que está relacionado com o caráter não-Abeliano da QCD. Apesar de terem massa nula têm alcance limitado devido à sua auto-interação.

Para além destes temos ainda como componente fundamental do SM o:

- Bosão de Higgs – com $spin=0$, induz a quebra espontânea de algumas simetrias dos grupos de *gauge*, como veremos adiante, e é responsável por dar massa às partículas [5] [6].

Esta informação e algumas das propriedades das partículas e mediadores encontra-se esquematizada na Fig. 2-1.

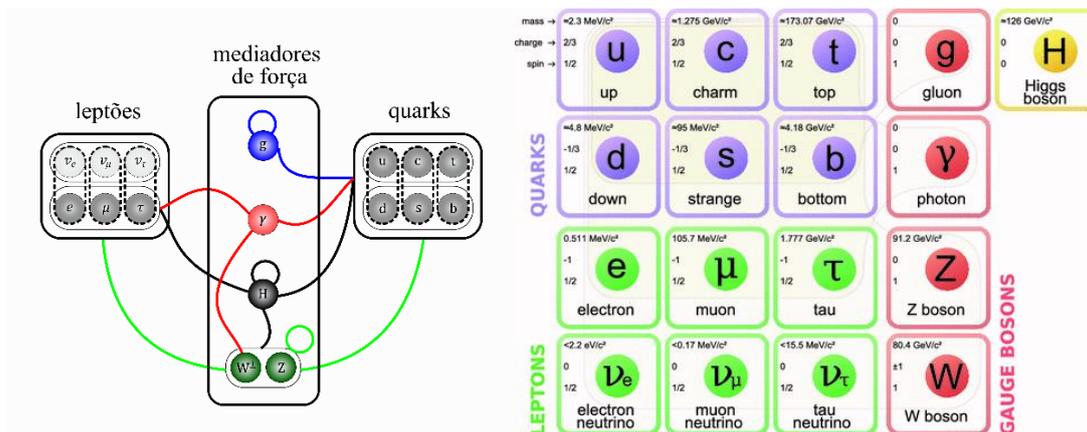


Figura 2-1 esquerda: partículas da família dos férmions e dos bósons do modelo Standard; direita: algumas das suas propriedades [7]

2.2 Simetria

“A simetria é um acordo uniforme entre os membros de uma mesma obra, e uma correspondência de cada uma delas em separado à obra inteira. Assim como no corpo humano existe uma simetria entre o braço, o pé, a palma, o dedo e as outras partes, assim também acontece com toda obra perfeita.”

(Marcus Vitruvius Pollio, *De architectura*, Livro I, Capítulo 2, Parágrafo 4)

Marcus Vitruvius Pollio (c. 80-70 a.C.- c. 15 a.C.) definia assim no primeiro livro do seu tratado de arquitetura *De Architectura Libri Decem*, (Os Dez Livros sobre Arquitetura) o conceito de simetria. Em Física, o conceito simetria está associado a leis de conservação. Em geral estas estudam-se a partir da invariância da ação ($S \equiv \int d^4x \mathcal{L}$) sob uma transformação de campos e coordenadas. Estas transformações introduzem restrições na densidade Lagrangiana, \mathcal{L} , que podem ser testadas experimentalmente.

O Lagrangiano $L \equiv \int d^3x \mathcal{L} = T - V$, diferença de termo cinético e potencial, é uma quantidade escalar que define o sistema físico, isto é a sua dinâmica. Por exemplo, a mecânica clássica pode ser formulada em termos de Lagrangianos para partículas pontuais, ou para sistemas contínuos. Através do princípio da ação S mínima, obtêm-se as equações do movimento, as equações de Euler-Lagrange, que dão origem às leis de Newton.

O facto de se poder incorporar no Lagrangiano quantidades que se comportam como um escalar em qualquer dos espaços relevantes para o sistema (e.g. espaço de Dirac, espaço

da cor e espaço de isospin) tem consequências imediatas, qualquer transformação das coordenadas respectivas (internas ou de espaço-tempo) leva a que o Lagrangiano escrito nas novas coordenadas permaneça invariante.

Emmy Noether mostrou que sempre que uma transformação contínua (diferenciável) deixe o Lagrangiano invariante, existe uma densidade de corrente (que doravante designamos como corrente) conservada, J^μ , isto é a sua quadri-divergência é nula, $\partial_\mu J^\mu = 0$ [8]. Estas correntes de simetria resultam em cargas totais de simetria conservadas no tempo após integração sobre o volume do sistema.

Transformações contínuas do espaço-tempo envolvem mudança dum referencial para outro, ao passo que transformações internas são efetuadas sobre os campos sem que haja mudança das coordenadas de espaço e tempo. Exemplos de transformações espaço-tempo são a translação no espaço-tempo, que conduz à conservação do tensor de energia-momento, e a transformação de Lorentz, uma transformação linear das coordenadas dum referencial para outro que se movimenta a velocidade constante em relação ao primeiro.

Neste trabalho o enfoque é em simetrias internas, como as simetrias de *gauge* e a simetria quiral. Simetrias internas contínuas são descritas por transformações de fase gerais dos campos, representadas por operadores unitários que envolvem geradores do grupo de Lie.

2.2.1 Simetrias de *Gauge*

Os bosões mediadores das interações surgem naturalmente no SM como resultado da invariância da Lagrangiana perante uma transformação unitária local (de *gauge*). O grupo de *gauge* da interação forte é o $SU(3)$, o grupo de *gauge* da interação eletrofraca é o $SU(2) \times U(1)$. Consequentemente, o modelo padrão é frequentemente referido como $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. O bosão de Higgs é o único na teoria que não é de *gauge*, [5]. Diante deste contexto, comecemos por analisar as simetrias de *gauge* locais com a Eletrodinâmica Quântica (QED).

Os Lagrangianos livres para elétrões e fótons são dados por,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0^e(\psi) &= \bar{\psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi \\ \mathcal{L}_0^Y(A) &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2-1)$$

e são invariantes em relação a transformações globais $U(1)$, dadas por:

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{ie\theta}\psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' = e^{-ie\theta}\bar{\psi}, \quad A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu \quad (2-2)$$

No entanto, podemos notar que $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ é também invariante em relação à transformação local $A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \omega$, onde ω é uma função arbitrária (diferenciável). Para o caso dos fermiões, as transformações correspondentes são:

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{ie\omega(x)}\psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi} e^{-ie\omega(x)} \quad (2-3)$$

Nota-se que, a constante angular global (θ) da equação 2-2 foi substituída pela função local ($\omega(x)$) na equação 2-3 que depende do ponto do espaço-tempo x .

Aqui, a pergunta que se coloca é a de como tornar o Lagrangiana fermiônico invariante também em relação às transformações locais. De facto, a resposta a apresentar, consiste em introduzir a chamada derivada covariante, dada por:

$$\partial_\mu \rightarrow \mathcal{D}_\mu, \quad \mathcal{D}_\mu \psi \equiv (\partial_\mu - ieA_\mu)\psi, \quad \overline{\mathcal{D}_\mu \psi} \equiv \bar{\psi}(\overleftarrow{\partial}_\mu + ieA_\mu), \quad (2-4)$$

e que tem a propriedade de se transformar da mesma forma que o campo fermiônico

$$(\mathcal{D}_\mu \psi)' = e^{ie\omega(x)}(\mathcal{D}_\mu \psi) \quad (2-5)$$

(ver eq. 2-3). Obtemos assim o Lagrangiano da QED:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{QED}(\psi) &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + i\bar{\psi} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi \\ &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi + e\bar{\psi} \gamma_\mu \psi A_\mu\end{aligned}\quad (2-6)$$

Nesta equação podemos concluir que o último termo descreve a interação de elétrons (e positrões) com fótons. O ponto mais importante aqui, é que a estrutura do termo de interação é completamente fixada pela simetria. No entanto, há uma característica específica do caso abeliano $U(1)$, ou seja, os valores de cargas elétricas (constantes de acoplamento) podem ser diferentes para fermiões diferentes, por exemplo, para quarks *up* e *down*. [9].

2.2.2 Simetrias na cromodinâmica quântica (QCD)

A QCD descreve a interação entre quarks e glúons, que por sua vez constituem os hádrões, como os prótons, neutrões e píons. Para além da invariância sob as simetrias discretas conjugação da carga, C, paridade, P, e inversão no tempo, T, a QCD é uma teoria de *gauge* não-abeliana sendo o seu grupo de simetria o $SU(3)_{cor}$. Na cromodinâmica quântica a quantidade análoga a carga elétrica é uma propriedade denominada *cor*. Glúons, os mediadores desta interação, são também eles portadores desta carga, em contraste com a situação na QED em que os fótons têm carga elétrica nula. Inúmeras evidências experimentais foram produzidas ao longo dos anos confirmando as previsões da QCD do SM. A dinâmica dos quarks e glúons é controlada pelo Lagrangiano da cromodinâmica quântica, cuja densidade lagrangiana é:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i \gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4} G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a \quad (2-7)$$

invariante sob transformação de *gauge* dada por: $\psi \rightarrow \psi' = U\psi = e^{i\theta(x) \cdot \lambda} \psi$, sendo θ um vetor com oito parâmetros, um por cada gerador λ^a do grupo de *gauge* $SU(3)_{cor}$. Aqui usamos a notação:

- ψ - o campo dos quarks com liberdades internas de sabor, f , e cor, c ;
- D_μ - é a derivada covariante, $D_\mu = (\partial_\mu - igA_\mu^a \frac{\lambda_a}{2})$;
- m - é a massa corrente dos quarks;

- g – constante de acoplamento da interação forte;
- A_μ^a – campos dos glúões na representação adjunta do grupo de *gauge* $SU(3)_{cor}$ e que obedecem à regra de transformação $A^\mu \rightarrow A^{\mu'} = -\frac{i}{g}(\partial^\mu U)U^{-1} + UA^\mu U^{-1}$, onde $A^\mu = A_\mu^a \lambda_a$
- $G_{\mu\nu}^a$ – tensor de força do campo gluónico, $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c$;
- λ_a ($a = 1, \dots, 8$) – matrizes de *Gell-Mann*, geradores da álgebra de Lie do grupo de *gauge* $SU(3)_{cor}$; satisfazem as relações:

$$[\lambda_a, \lambda_b] = 2if_{abc}\lambda_c, \text{tr}(\lambda_a, \lambda_b) = 2\delta_{ab}, \text{tr}(\lambda_a) = 0 \quad (2-8)$$

Aqui f_{abc} é um tensor completamente anti-simétrico representando as contantes de estrutura do grupo $SU(3)$.

Da eq. 2-7 e a expressão para o tensor $G_{\mu\nu}^a$ verifica-se a referida auto-interação dos glúões através do número quântico cor. Esta conduz a uma característica fundamental da QCD, a liberdade assintótica, que embora não seja o tema do presente trabalho, é aqui referida sucintamente. Referimos também o confinamento, uma outra propriedade da QCD que se associa à auto-interação.

➤ **Liberdade Assintótica:**

Em escalas de energia elevada (equivalente a escalas de distâncias pequenas) a constante de acoplamento da QCD diminui, fazendo com que a interação entre quarks e glúões fique assintoticamente fraca. Este comportamento é oposto ao da QED, em que o acoplamento aumenta com a escala de energia. Ambas as características se devem aos efeitos de blindagem na QED e anti-blindagem na QCD, relacionados com a polarização das cargas elétricas e cargas cor respetivamente.

O plasma de quarks e glúões é formado por quarks e glúões no regime de altas energias, sendo um dos principais alvos de estudo em experiências realizadas em colisores de iões pesados como o Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) e o Large Hadron Collider (LHC), [10] [11].

➤ **Confinamento:**

Nunca foram detetados quarks livres, ou quaisquer hadrões com número quântico cor, uma propriedade designada por confinamento da cor. Embora até à presente data não

exista uma prova formal do confinamento na QCD, há argumentos plausíveis que o justificam.

Uma das consequências do mecanismo que conduz á liberdade assintótica é que no regime oposto, isto é para energias baixas (ou distâncias grandes) o acoplamento da interação forte entre dois quarks aumenta.

Há indicação de que a energia associada às linhas de campo de cor entre dois quarks aumenta linearmente com a distância entre eles. Seria necessário depositar energia infinita no sistema para os separar [12]. Assim, a energia para isolar um quark é sempre maior que a energia necessária para criar um ou mais pares de quark-antiquark sem cor. Isto leva à dissipação da energia através da formação de hadrões (sem cor), por exemplo os jets de quarks e gluões.

Retomamos a discussão das simetrias da QCD, passando à

➤ **Simetria Quiral:**

É uma simetria da QCD no limite em que a massa dos quarks vai para zero. Está diretamente associada ao conceito de quiralidade e a conservação (parcial) da corrente axial.

O termo quiralidade (do grego, $\chi\epsilon\iota\rho$, kheir: "mão") é uma propriedade de assimetria importante em vários ramos da ciência. Em física, a quiralidade é uma propriedade (caraterizada por um número quântico) de partículas de massa zero. Estas partículas podem ser de mão esquerda ou de direita, dependendo da projeção do spin sobre o momento, a chamada helicidade, ser (-1) ou $(+1)$, isto é, se o spin apontar em sentido contrário ou paralelo à quantidade de movimento. Os valores próprios do operador helicidade são designados por

Quiralidade:

$\begin{cases} +1 & , \text{ caso a partícula seja de direita e a antipartícula de esquerda} \\ -1 & , \text{ caso a partícula seja de esquerda e a antipartícula de direita} \end{cases}$

Partículas massivas não têm quiralidade bem definida, uma vez que as suas helicidades também não são bem definidas. Isto acontece, porque uma partícula massiva pode ter a sua quantidade de movimento completamente invertida por meio de um *boost* de *Lorentz*.

A simetria quiral [13], é uma simetria global contínua para fermiões sem massa, que pode ser quebrada espontaneamente. Como o fermião na natureza tem massa, a simetria quiral está também quebrada explicitamente pelos termos de massa no Lagrangiano.

Consideremos no seguinte apenas os quarks mais leves, up e down, membros do dubleto da simetria de isospin forte no limite em que a massa do quark *up* é igual à do quark *down*

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi \quad (2-9)$$

onde, D_μ é a derivada covariante. Este lagrangiano, é invariante sob transformações quirais isoescalares, e isovectoriais em SU (2):

$$\begin{aligned} \psi \rightarrow \psi' &= e^{-i\theta\gamma_5}\psi, & \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' &= \bar{\psi}e^{-i\theta\gamma_5}, \\ \psi \rightarrow \psi' &= e^{-i\gamma_5\frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\tau}}{2}}\psi, & \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' &= \bar{\psi}e^{-i\gamma_5\frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\tau}}{2}}. \end{aligned} \quad (2-10)$$

onde θ e $\vec{\alpha}$ são parâmetros arbitrários, independentes do espaço-tempo, e γ_5 uma matriz que pode ser definida por:

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \gamma_5^\dagger, \{\gamma^\mu, \gamma_5\} = 0, \gamma_5^2 = 1. \quad (2-11)$$

Devido à propriedade de anti-comutação $\{\gamma^\mu, \gamma_5\} = 0$, vê-se que a simetria quiral está preservada, uma vez que, usando $\vec{\alpha} = \alpha\hat{n}$ e o fato de podermos escrever a exponencial como $e^{-i\gamma_5\frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\tau}}{2}} = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - i\gamma_5\hat{n}\cdot\vec{\tau}\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, conduz a:

$$e^{-i\gamma_5\frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\tau}}{2}}\gamma^\mu = \gamma^\mu e^{i\gamma_5\frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\tau}}{2}}. \quad (2-12)$$

A mudança de sinal no exponencial assegura o cancelamento das exponenciais no Lagrangiano sujeito às transformações (2-10). A mesma dedução se aplica ao caso da simetria quiral isoescalar.

Contudo o cancelamento das exponenciais não se verifica num termo de massa.

Uma representação para os fermiões que se revelará útil é dada pelos spinores de esquerda ψ_L e direita ψ_R , obtidos a partir de projetores quirais com propriedades dadas no apêndice, eqs. (A-16), (A-17)

$$\psi_L = \left(\frac{1 - \gamma_5}{2}\right) \psi, \quad \psi_R = \left(\frac{1 + \gamma_5}{2}\right) \psi. \quad (2-13)$$

Sob uma transformação de paridade tem-se que $\psi_L \leftrightarrow \psi_R$.

Deste modo o Lagrangiano na presença do termo de massa é dado por

$$\mathcal{L} = i[\bar{\psi}_L \gamma^\mu D_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu D_\mu \psi_R] - m_0(\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L) \quad (2-14)$$

Na equação 2-14 verifica-se que o termo de massa mistura os spinores de *direita* e de *esquerda*, contrariamente ao termo associado à derivada covariante. Em relação a transformações de paridade o Lagrangiano permanece invariante.

Usando o teorema de Noether obtém-se que a corrente de simetria associada à simetria quiral é (no caso da simetria isoescalar)

$$j^{5\mu} = \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi, \quad (2-15)$$

cuja corrente é conservada para fermiões sem massa

$$\partial_\mu j^{5\mu} = 0. \quad (2-16)$$

No entanto, a simetria quiral é explicitamente quebrada sempre que estiver associada ao termo de massa, resultando na não conservação da corrente por um termo proporcional à massa:

$$\partial_\mu j^{5\mu} = m_0 \bar{\psi} i \gamma^5 \psi. \quad (2-17)$$

Analogamente as equações que correspondem à transformação quiral isovetorial são dadas por:

$$j^{5\mu i} = \bar{\psi}\gamma^5\gamma^\mu\tau^i\psi, \quad \partial_\mu j^{5\mu i} = m_0\bar{\psi}i\gamma^5\tau^i\psi. \quad (2-18)$$

Integrando a corrente j^{50i} sobre o volume do sistema, obtêm-se as cargas totais quirais Q^{5i} , uma para cada sabor i , conservadas no tempo, quando $m_0 = 0$.

Consideremos a variação do bilinear pseudoescalar de quarks $\bar{\psi}i\gamma_5\vec{\tau}\psi$ sob transformações quirais e infinitesimais, a partir da eq. 2-10,

$$\delta(\bar{\psi}i\gamma_5\vec{\tau}\psi) = -\alpha\bar{\psi}\psi \quad (2-19)$$

O valor expectável no vácuo da respetiva combinação de operadores de campo pode assumir valor não nulo, identificado como um condensado de quarks finito

$$\langle 0|\delta(\bar{\psi}i\gamma_5\vec{\tau}\psi)|0\rangle \neq 0 \rightarrow \langle 0|\bar{\psi}\psi|0\rangle \neq 0 \quad (2-20)$$

O condensado de quarks é o parâmetro de ordem da quebra espontânea da simetria quiral, e está associado à geração de massa do fermião. A quebra espontânea desta simetria contínua conduz através do teorema de *Goldstone* à existência de uma partícula pseudoescalar de massa nula (sem massa), neste caso em concreto, o *pião* (π).

Dada a generalidade do teorema de Goldstone, a quebra espontânea da simetria e a formação de bósons de Goldstone são independentes dos detalhes da dinâmica. Este facto é usado para se abordar a QCD a baixas energias de forma aproximada mantendo, contudo, as suas simetrias. Este tipo de tratamento é considerado nas chamadas teorias e modelos efetivos da QCD a baixa energia, em que os graus de liberdade passam a ser os hádrões (por exemplo os piões) que interagem fracamente entre si, em vez dos quarks e glúões. Como já se mencionou, o facto de os glúões transportarem carga cor e interagirem entre si, fazem da QCD uma teoria complexa e difícil de se tratar a baixas energias devido à impossibilidade de se usar teoria de perturbação convencional para os seus cálculos (sendo a constante de acoplamento da QCD maior que a unidade).

O parâmetro para expansão perturbativa é nas teorias efetivas o número de cores N_c . Existem inúmeros modelos que descrevem alguns aspetos da interação forte de modo mais simples que a QCD, facilitando a obtenção de resultados teóricos que podem ser usados para entender determinadas características específicas da teoria. [14].

2.2.3 Interações Eletrofracas

Para o propósito desta tese é importante rever as bases da teoria electrofraca, pois coloca-se a hipótese segundo a qual a simetria eletrofraca pode ser quebrada dinamicamente com formação de um condensado não nulo para o quark top. Este passa a ter uma massa constituinte. Uma particularidade da quebra espontânea de simetria em teorias de *gauge* é que os modos de massa zero ligados ao teorema de Goldstone são convertidos para estados de polarização longitudinal dos bosões de *gauge* electrofracos W e Z que passam a ter massa após a quebra de simetria (referido já no resumo anterior deste trabalho). Esta conversão dos modos de Goldstone para estados de polarização longitudinal dos bosões de *gauge* que adquirem massa é conhecida por mecanismo de Higgs. Partimos do pressuposto canónico de que a interação eletrofraca (*Sheldon Glashow, Abdus Salam*, [15] [16] e *Steven Weinberg* [17], que receberam o Prêmio Nobel de Física de 1979 por suas contribuições para a unificação da interação fraca e eletromagnética entre partículas elementares, [18] [19]) está associada a uma descrição unificada de duas das forças fundamentais conhecidas da natureza, o eletromagnetismo e força fraca. Do ponto de vista matemático, a unificação é feita pelos grupos de *gauge* $SU(2) \times U(1)$. Os bosões de *gauge* correspondem aos fótons para o eletromagnetismo e bosões W e Z para a interação fraca. Os bosões de *gauge* fracos obtêm massa após a quebra espontânea da simetria eletrofraca de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ para $U(1)_{em}$, causada pelo mecanismo de Higgs, onde o gerador de $U(1)_{em}$ é dado pelo operador de carga elétrica $Q = Y/2 + I_3$; aqui Y é o gerador de $U(1)_Y$ (chamado de hipercarga), e I_3 é a terceira componente do isospin fraco associado aos geradores de $SU(2)_L$, ($I_3 = \tau_3/2$).

A interação fraca viola a paridade. Isto significa que um fermião de esquerda não interage do mesmo modo que um de direita. Fermiões de esquerda comportam-se como um dubleto de $SU(2)$ de isospin fraco ao passo que os de direita pertencem ao singlete electrofraco $U(1)$.

Vejamos com algum detalhe como isto se reflete nos vários termos do Lagrangiano de interação, que surge através da derivada covariante. O Lagrangiano é idêntico para cada família de leptões e quarks, pelo que focamos na família mais leve de leptões, os eletrões e neutrinos eletrónicos. A discussão que se segue é fortemente alicerçada na [12].

➤ **Em U(1)**

A derivada covariante ligada á simetria U(1) com campo de *gauge* B_μ conduz a

$$-\mathcal{L}_{ferm}^{U(1),lept\tilde{o}es} = \bar{L}i\gamma^\mu \left(ig_1 \frac{Y_L}{2} B_\mu \right) L + \bar{e}_R i\gamma^\mu \left(ig_1 \frac{Y_R}{2} B_\mu \right) e_R \quad (2-21)$$

onde L representa o dubleto de $SU(2)_L$ fraco dos leptões de esquerda, $L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$ e e_R o eletrão de direita do singlete electrofraco.

Como Y poderia ter valores diferentes para projeções de direita e de esquerda, introduziu-se Y_L e Y_R . É importante reafirmar que no espaço $SU(2)$, L é um dubleto e $g_1 Y B_\mu$ é um número, tal que

$$\bar{L}\gamma^\mu L = \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \quad (2-22)$$

Substituindo a equação 2-22 na equação 2-21, obtemos

$$\mathcal{L}_{ferm}^{U(1),lept\tilde{o}es} = \frac{g_1}{2} [Y_L (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + Y_R \bar{e}_R \gamma^\mu e_R] B_\mu \quad (2-23)$$

Passando agora à derivada covariante associada a $SU(2)_L$, com bosões de *gauge* $\tau^i W^i$ obtém-se o seguinte Lagrangiano de interação.

➤ **Em SU(2)**

Sendo $\tau^i W^i$ a matriz de ordem 2x2, o único termo não nulo do leptão é,

$$\begin{aligned}
 & -\mathcal{L}_{ferm}^{SU(2),leptões} \tag{2-24} \\
 & = +\bar{L}i\gamma^\mu \left[ig_2 \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i \right] L \\
 & = -\frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L \ \bar{e}_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \\
 & = -\frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L \ \bar{e}_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^0 & -\sqrt{2}W_\mu^+ \\ -\sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \\
 & = -\frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L \ \bar{e}_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^0 \nu_L - \sqrt{2}W_\mu^+ e_L \\ -\sqrt{2}W_\mu^- \nu_L - W_\mu^0 e_L \end{pmatrix} \\
 & = -\frac{g_2}{2} [\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^0 - \sqrt{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ - \sqrt{2} \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^- \\
 & \quad - \bar{e}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^0]
 \end{aligned}$$

Os estados W_μ^i foram convertidos em estados de carga W_μ^+ , W_μ^0 , W_μ^- .

$$\begin{aligned}
 W_\mu^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (-W_\mu^1 + i W_\mu^2), \tag{2-25} \\
 W_\mu^- &= \frac{1}{\sqrt{2}} (-W_\mu^1 - i W_\mu^2), \\
 W_\mu^0 &= W_\mu^3
 \end{aligned}$$

Os sete termos em 2-23 e 2-24 descrevem todas as interações de leptões com os bosões de *gauge*.

Olhando para a equação 2-23, nota-se que os neutrinos acoplam ao bosão de *gauge* B_μ da simetria U(1), mostrando que este bosão não pode ser o do eletromagnetismo. Em 2-24 a mesma combinação $\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L$ acopla ao bosão de *gauge* SU(2) neutro W_μ^0 . Sabendo que o Lagrangiano associado à interação eletromagnética de partículas de carga Q é,

$$\mathcal{L}_{EM} = QA_\mu [\bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R] \tag{2-26}$$

Podemos, contudo, inferir que os termos de 2-23 envolvendo os eletrões têm a estrutura correta da interação eletromagnética. Deste modo organizam-se duas combinações com

os campos neutros W_μ^0 e B_μ , uma que resulta da junção dos termos envolvendo $\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L$ em 2-23 e 2-24

$$\left(-\frac{g_1}{2} Y_L B_\mu - \frac{g_2}{2} W_\mu^0\right) \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L, \quad (2-27)$$

a outra assumindo que o campo eletromagnético A_μ é uma combinação de B_μ e W_μ^0 ortogonal à combinação em 2-27

$$A_\mu \propto g_2 B_\mu - g_1 Y_L W_\mu^0. \quad (2-28)$$

O coeficiente de $\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L$, denominado Z_μ , relaciona-se com o bóson neutro da interação fraca

$$Z_\mu \propto g_1 Y_L B_\mu + g_2 W_\mu^0. \quad (2-29)$$

O campo A_μ não interage com o neutrino, descrevendo apropriadamente a interação eletromagnética apenas com fermiões carregados, como veremos abaixo. Após normalizados A_μ e Z_μ são dados por

$$A_\mu = \frac{g_2 B_\mu - g_1 Y_L W_\mu^0}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \quad (2-30)$$

$$Z_\mu = \frac{g_1 Y_L B_\mu + g_2 W_\mu^0}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}$$

Tem-se assim finalmente os bósons vetoriais A_μ e Z_μ descritos como combinações lineares dos campos primários W_μ^0 e B_μ .

Vamos verificar: juntando os termos de (2-23) e (2-24) que envolvem os elétrons aos campos de *gauge* neutros temos

$$\bar{e}_L \gamma^\mu e_L \left[-\frac{g_1}{2} Y_L B_\mu + \frac{g_2}{2} W_\mu^0\right] + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \left[-\frac{g_1}{2} Y_R B_\mu\right]. \quad (2-31)$$

invertendo em seguida as equações (2-30) para os termos B_μ, W_μ^0 obtém-se,

$$B_\mu = \frac{g_2 A_\mu + g_1 Y_L Z_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \quad (2-32)$$

$$W_\mu^0 = \frac{-g_1 Y_L A_\mu + g_2 Z_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}$$

e substituindo as equações (2-32) de volta em (2-31) obtém-se as interações em termos dos campos A_μ e Z_μ

$$\begin{aligned} & -A_\mu \left\{ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \left[\frac{g_1 g_2 Y_L}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \left[\frac{g_1 g_2 Y_R}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] \right\} \\ & -Z_\mu \left\{ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \left[\frac{g_1^2 Y_L^2 - g_2^2}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \left[\frac{g_1^2 Y_R Y_L}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2-33)$$

Aqui o termo com A_μ é corrente eletromagnética usual, interagindo como na equação 2-26. Já os termos envolvendo Z_μ correspondem à interação fraca do bóson neutro com fermiões. Para os termos A_μ , se compararmos com (2-26) chegamos à conclusão de que ($Q = -e$, e sendo sempre um número positivo)

$$-e = \frac{g_1 g_2 Y_L}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \quad (2-34)$$

e também

$$-e = \frac{g_1 g_2 Y_R}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \quad (2-35)$$

Estas fixam

$$\begin{aligned} Y_R &= 2Y_L \\ Y_L &= -e \frac{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}{g_1 g_2} \end{aligned} \quad (2-36)$$

A par disso, também notamos que somente a combinação $g_1 Y_L$ corre, o que permite escolher (por conveniência) $Y_L = -1$, já que uma redefinição de g_1 pode absorver qualquer valor de Y_L . Deste modo, substituindo $Y_L = -1$ na equação 2-34 obtemos,

$$e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} \quad (2-37)$$

Com isso, vemos que a teoria que escrevemos pode ser interpretada como a teoria que contém a interação eletromagnética usual em (2-26) para elétrons e não acopla a neutrinos, além de uma interação adicional chamada "corrente neutra" com Z_μ a interagir com elétrons e neutrinos. Antes, porém, podemos usar a forma sugestiva de (2-37) para definir o seguinte,

$$\cos \theta_w = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}, \quad \sin \theta_w = \frac{g_1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}. \quad (2-38)$$

Resolvendo podemos obter

$$g_1 = \frac{e}{\cos \theta_w}, \quad g_2 = \frac{e}{\sin \theta_w}, \quad (2-39)$$

onde θ_w é o ângulo de mistura eletrofraca, que normalmente é medido ou calculado de várias maneiras, o seu valor experimental é aproximadamente dado por $\sin^2 \theta_w \approx 0,23$.

É importante também, examinar os novos acoplamentos que se encontrou, tanto para o neutrino quanto para o eletrão, para o novo campo Z_μ . Das equações (2-27) e (2-30) e as definições dos acoplamentos, o termo para o neutrino será,

$$-\frac{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}{2} Z_\mu \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L = -\frac{g_2}{2 \cos \theta_w} Z_\mu \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \quad (2-40)$$

Neste contexto, podemos notar que uma identidade útil é:

$$\sqrt{g_2^2 + g_1^2} = \left(\frac{e^2}{\cos^2 \theta_w} + \frac{e^2}{\sin^2 \theta_w} \right)^{1/2} = \frac{e}{\cos \theta_w \sin \theta_w} \quad (2-41)$$

Agora, consideremos por exemplo a interação de eletrões com Z . Não há razão para esperar que e_L e e_R tenham a mesma interação, pois que os mesmos foram tratados de forma diferente na maneira como a teoria foi construída, ver eq. 2-33 que assume a forma,

$$-Z_\mu \left\{ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \left[\frac{g_1^2 - g_2^2}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} \right] + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \left[\frac{g_1^2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} \right] \right\} \quad (2-42)$$

Para o primeiro parenteses retos, usando várias identidades, obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{g_1^2 - g_2^2}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} &= \frac{e^2}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} \left(\frac{1}{\cos^2 \theta_w} - \frac{1}{\sin^2 \theta_w} \right) \\ &= \frac{e}{\cos \theta_w \sin \theta_w} \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_w \right) \end{aligned} \quad (2-43)$$

Ao passo que para o segundo,

$$\begin{aligned} \frac{-g_1^2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} &= -\frac{e^2}{\cos^2 \theta_w} \frac{\cos \theta_w \sin \theta_w}{e} \\ &= +\frac{e}{\cos \theta_w \sin \theta_w} (-\sin^2 \theta_w) \end{aligned} \quad (2-44)$$

Estes dois últimos resultados podem ajudar-nos a verificar que ambos podem ser escritos na forma compacta

$$\frac{e}{\cos \theta_w \sin \theta_w} (I_3^f - Q_f \sin^2 \theta_w) \quad (2-45)$$

onde I_3^f é o autovalor de I_3 (o gerador SU (2) diagonal) para qualquer fermião f . Formalmente $I_i = \frac{\tau_i}{2}$ para um dubleto de esquerda.

Podemos ainda verificar aqui algumas condições características que permitem analisar o comportamento do fermião, do seguinte modo:

- Se f é um singlete (e_R, u_R, d_R), então $I_3^f = 0$;
- Se f é o membro superior de um dubleto ($\nu_L, u_L, etc.$), então $I_3^f = +1/2$;
- Enquanto que se f for membro inferior de um dubleto (e_L, d_L, etc), $I_3^f = -1/2$;
- Q_f é a carga elétrica do fermião ($Q_e = -1, Q_\nu = 0, Q_u = +\frac{2}{3}, Q_d = -\frac{1}{3}$) nas unidades de e .

2.3 O Teorema de Goldstone e o Mecanismo de Higgs

2.3.1 Teorema de Goldstone

O teorema pode ser enunciado do seguinte modo: *se uma simetria contínua é espontaneamente quebrada, campos sem massa, conhecidos como bosões de Nambu-Goldstone, aparecerão.* [20].

Este teorema foi proposto primeiramente por Goldstone [21], e o primeiro exemplo para esse mecanismo de Goldstone na área da Física das partículas relativista foi o modelo de NJL [22] [23], onde a simetria quiral é espontaneamente quebrada. Genericamente uma simetria é espontaneamente quebrada quando a invariância da ação não é uma invariância do estado fundamental (vácuo).

Há um bosão Nambu-Goldstone por cada gerador da simetria que está quebrada.

Em teorias com simetria de *gauge*, os bosões de Goldstone são "comidos" pelos bosões de *gauge*, isto é, estes últimos tornam-se massivos e a sua nova polarização longitudinal é fornecida pelo bosão de Goldstone, como veremos abaixo.

2.3.2 O Mecanismo de Higgs no Modelo Standard

Com o objetivo de entender como os bosões ganham massa pelo mecanismo de Higgs no Modelo Standard, importa saber que o mecanismo de Higgs está associado a um Lagrangiano escalar complexo e sem estrutura interna, caracterizado pelo campo de Higgs, atribuído a um dubleto SU (2) da seguinte forma:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2-46)$$

onde ϕ^+ e ϕ^0 são campos complexos, dados por:

$$\phi^+ = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}}, \quad \phi^0 = \frac{\phi_3 + i\phi_4}{\sqrt{2}}. \quad (2-47)$$

O lagrangiano é dado por,

$$\mathcal{L}_\phi = (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (2-48)$$

sendo que,

$$\phi^\dagger \phi = (\phi^{+*} \phi^{0*}) \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \phi^{+*} \phi^+ + \phi^{0*} \phi^0. \quad (2-49)$$

Em termos das componentes reais do campo tem-se,

$$\phi^\dagger \phi = \frac{(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2)}{2} \quad (2-50)$$

Partindo deste Lagrangiano, pode definir-se o potencial,

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (2-51)$$

invariante sob transformações locais de *gauge*,

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau}}{2}} \phi \quad (2-52)$$

onde τ_i são as matrizes de Pauli e α_i são parâmetros.

Verifica-se que $V(\phi)$ tem um mínimo para $\mu^2 < 0$ em

$$\phi^\dagger \phi = \frac{-\mu^2}{2\lambda} = \frac{v^2}{2} \quad (2-53)$$

Existe, de facto, todo um “círculo” de mínimos degenerados no espaço de quatro componentes, eq. 2-50. Olhando para o espaço SU (2), podemos escolher uma direção, e assim, expandir em torno do mínimo. Escolhe-se o vácuo ϕ_0 ,

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (2-54)$$

onde $\phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = 0$ e $\phi_3 = v$. Conforme comentamos abaixo é importante que a escolha da componente associada ao valor esperado não nulo, incida sobre uma componente neutra na carga.

Para analisar o espectro, expande-se em torno do vácuo

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} \quad (2-55)$$

em função do campo real H. A chave para esta escolha está na liberdade de *gauge*, pois é sempre possível rodar o sistema geral com quatro campos para esta configuração a partir da simples transformação que deixa invariante $\sum_i \phi_i^2$:

$$\begin{aligned} \phi &\rightarrow \phi' = e^{i\vec{\tau}\cdot\vec{\theta}/v} \phi, \\ \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2 &\text{ invariante.} \end{aligned} \quad (2-56)$$

Existindo no entanto quatro graus de liberdade, esta escolha tem de permitir aferir três campos consistentes com o teorema de Goldstone, pois a simetria original (uma simetria de $O(4)$) é quebrada ao escolhermos uma direção, levando a que três simetrias globais sejam quebradas, conduzindo a três bósons sem massa. Estes três graus de liberdade reaparecem na forma das partes longitudinais de W^\pm e Z^0 , que adquirem massa quando o campo Higgs adquire um valor expectável não nulo.

Conforme indicado na secção sobre simetria eletrofraca, a carga elétrica Q , o valor próprio do isospin fraco I_3 , e a hipercarga para o campo de Higgs Y_H de $U(1)$ são descritos pela expressão

$$Q = \frac{Y_H}{2} + I_3 \quad (2-57)$$

Para que o Higgs tenha carga elétrica nula é necessário colocar $Y_H = 1$, uma vez que se encontra no membro inferior do dubleto, $I_3 = -1/2$. A escolha de que somente a componente neutra ϕ^0 obtém um valor de expectativa de vácuo é muito importante, uma vez que quaisquer números quânticos de ϕ carregados podem desaparecer no vácuo através duma rotação de *gauge*. Se ϕ^+ tivesse um valor de expectativa de vácuo, a carga elétrica não seria conservada.

Vamos agora ver como surge o grupo $U(1)$ do eletromagnetismo. O vácuo ϕ_0 pode permanecer invariante sob algum subgrupo do grupo original $SU(2) \times U(1)$. Neste caso qualquer bóson de *gauge* associado a esse subgrupo não terá massa. Notamos também que como o campo de Higgs ϕ é um dubleto, mas apenas uma componente obtém um valor expectável no vácuo, a simetria $SU(2)$ está claramente quebrada. E como a hipercarga é diferente de zero $Y_H \neq 0$, a simetria $U(1)$ também é quebrada. No entanto, se operarmos com o operador de carga elétrica Q em ϕ_0 dado por,

$$Q\phi_0 = \left(\frac{Y}{2} + I_3\right)\phi_0 = 0 \quad (2-58)$$

o ϕ_0 (vácuo) fica invariante sob a transformação,

$$\phi_0 \rightarrow \phi'_0 = e^{i\alpha Q}\phi_0 \quad (2-59)$$

pois esta é também uma transformação $U(1)$. Logo o vácuo permanece invariante sob um determinado $U'(1)$ cujos geradores são uma combinação linear particular dos geradores neutros da simetria original $SU(2)$ e $U(1)$. Naturalmente, este $U'(1)$ é o $U(1)$ do eletromagnetismo, e o bóson de *gauge* que permanece sem massa é o fóton. A presença de um bóson de *gauge* sem massa é uma consequência necessária da conservação da carga elétrica, o que levou forçosamente a escolher um estado de vácuo neutro.

Finalmente substituímos em (2-48) ∂_μ pela derivada covariante D_μ

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu - ig_2 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}_\mu \quad (2-60)$$

onde os campos B_μ e \vec{W}_μ são os analisados na secção 2.2.3 das interações electrofracas. Deste modo, quando ϕ toma um valor de expectativa do vácuo, a derivada covariante associada ao termo cinético do Lagrangiano de Higgs conduz a termos extras,

$$\mathcal{L} = \phi^\dagger \left(ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu + ig_2 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}_\mu \right)^\dagger \left(ig_1 \frac{Y}{2} B^\mu + ig_2 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}^\mu \right) \phi. \quad (2-61)$$

Substituindo $Y = Y_H = 1$, escrevendo a matriz 2×2 explicitamente (matrizes de Pauli), e tendo em conta a expressão da eq. 2-54 para ϕ após a quebra espontânea de simetria, obtemos uma contribuição para o lagrangiano \mathcal{L} da seguinte forma

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}} &= (0 \quad v) \begin{pmatrix} -i(g_1 B_\mu + g_2 W_\mu^3) & -ig_2(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ -g_2(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & -i(g_1 B_\mu - g_2 W_\mu^3) \end{pmatrix} \quad (2-62) \\ &\cdot \begin{pmatrix} ig_1 B_\mu + ig_2 W_\mu^3 & ig_2(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ ig_2(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & i(g_1 B_\mu - ig_2 W_\mu^3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{8} v^2 g_2^2 ((W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2) + \frac{1}{8} v^2 (g_1 B_\mu - g_2 W_\mu^3)^2 \end{aligned}$$

O primeiro termo escrito em estados de carga é

$$\left(\frac{1}{2} v g_2 \right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu}. \quad (2-63)$$

Como para um bóson carregado, o termo de massa tem a forma $m^2 W^+ W^-$, podemos concluir que o W carregado realmente adquiriu uma massa $M_W = v g_2 / 2$.

O segundo termo na equação tem os campos na configuração do bóson Z , obtido na eq. 2-30 com a escolha $Y_L = -1$, dada a partir da eq. 2-36. Este representa o termo de massa para Z_μ , pois para um campo neutro, os termos de massa são dados por $M_Z^2 Z_\mu Z^\mu / 2$. Assim tem-se as massas dos bósons neutros Z e fóton

$$M_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g_1^2 + g_2^2}, \quad M_\gamma = 0. \quad (2-64)$$

pois nenhum termo como $A_\mu A^\mu$ aparece. Usando as identidades da secção 2.2.3 entre acoplamentos e as expressões das massas obtidas para M_W e M_Z obtém-se

$$M_W / M_Z = \cos \theta_w \quad (2-65)$$

Significando que como B e W^3 se misturam, o estado neutro não é degenerado em massa com os carregados, a menos que $\theta_w \rightarrow 0$. Uma vez que θ_w é medido, o resultado na equação 2-65 é uma previsão do MS, que foi considerada consistente com as experiências.

Uma quantidade útil para considerar é $\rho = M_W / M_Z \cos \theta_w$. A equação 2-65 mostra que o MS prevê $\rho = 1$. De fato, pode mostrar-se que, mesmo que haja duplicações adicionais de

campos Higgs, na mesma é garantido que $\rho = 1$. Qualquer desvio de $\rho = 1$ seria um sinal importante de nova física. [24] [25] [26].

2.3.3 Bosão de Higgs: detecção experimental

O bosão de Higgs foi previsto inicialmente em 1964 [27] pelo físico britânico Peter Higgs, que trabalhou as ideias de Yoichiro Nambu sobre quebra espontânea de simetria. Um resultado semelhante era obtido de forma independente e quase simultânea por Robert Brout e François Englert em [28] e Gerald Guralnik, C. R. Hagen e Tom Kibble [29]. Na realidade uma formulação não relativista da mesma ideia já teria sido formulada em 1962 por Philip Anderson [30].

As condições tecnológicas suficientes de busca e confirmação da existência deste bosão só se reuniram com a entrada em funcionamento em meados de 2008 do Grande Colisor de Hadrões (LHC). Este acelerador de partículas, que permite colidir feixes de prótons (e também íons pesados), encontra-se localizado CERN (*Conseil européen pour la recherche nucléaire*) na Suíça. A faixa de energia dessa procura foi-se estreitando cada vez mais, e em dezembro de 2011, os limites energéticos encontravam-se entre as faixas de 116-130 GeV, segundo o ATLAS (*A Toroidal LHC ApparatuS*), e entre 115 e 127 GeV de acordo com o CMS (*Compact Muon Solenoid*), duas das maiores experiências que usam o feixe do LHC sendo as duas outras maiores ALICE (*A Large Ion Collider Experiment*) e LHCb (*Large Hadron Collider beauty*).

No dia 4 de julho de 2012, anunciou-se que uma partícula desconhecida e com massa entre 125 e 127 GeV/c² foi detetada, depois de várias medições feitas, mas supõe-se que já os físicos suspeitaram na época que se tratava do bosão de Higgs [31], [32]. Em março de 2013, provou-se que a partícula manifestava algum comportamento, isto é, interação e decaía de acordo com as várias formas previstas pelo Modelo Standard, além de provisoriamente provar-se que ela possuía paridade positiva e spin nulo. Portanto dois atributos fundamentais de um bosão de Higgs, indicando fortemente a existência da partícula, é assim que este foi integrado no Modelo Standard.

Abaixo descrito, mostramos algumas figuras relacionadas com os detetores ATLAS e CMS capazes de identificar muões, elétrons, fótons, jatos hadrônicos e perda de momento

transversal. Usam tecnologias e métodos de calibragem diferentes, de modo que, seus resultados são complementares e os erros sistemáticos são independentes.

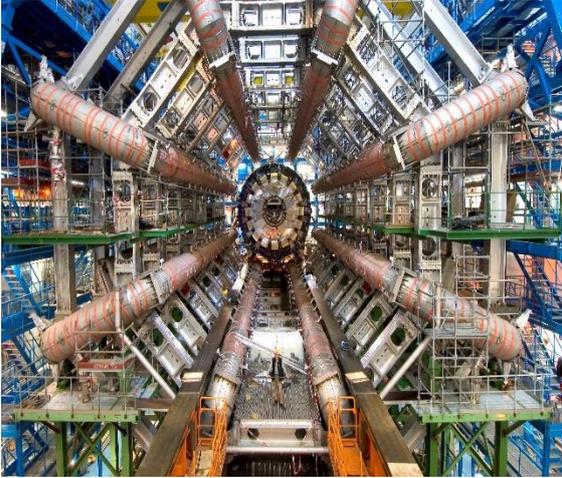


Fig. 1.3: Barrel toroid do ATLAS [33]



Fig. 1.4: CMS e sua geometria de solenoide [34]

Em função dos eventos que produzem o bóson de Higgs, o número de eventos observados de um decaimento é $N = \mathcal{L}\sigma$. A seção de choque σ cresce com a energia do centro de massa, e a luminosidade integrada \mathcal{L} depende da geometria da experiência. É assim que o *LHC* conseguiu chegar a valores bem altos de energia e luminosidade, permitindo a detecção e estudo do Higgs.

Para um bóson de Higgs de 125 GeV, existem muitos canais possíveis de decaimento. Sendo os mais comuns os seguintes:

$$\begin{aligned} H &\rightarrow b\bar{b}, \\ H &\rightarrow \tau^-\tau^+. \end{aligned} \tag{2-66}$$

Portanto, esses processos observados têm muito ruído, e por isso é importante observar outros canais de decaimento, tal como:

$$\begin{aligned} H &\rightarrow \gamma\gamma, \\ H &\rightarrow ZZ^* \rightarrow \ell\ell\ell\ell, \\ H &\rightarrow WW^* \rightarrow \ell\nu\ell\nu \end{aligned} \tag{2-67}$$

Pois foram os principais usados para a descoberta, uma vez que permitiram de certa forma medidas com maior precisão.

Abaixo, mostramos em primeiro lugar os dados do primeiro canal mostrado na fig. 1.5.

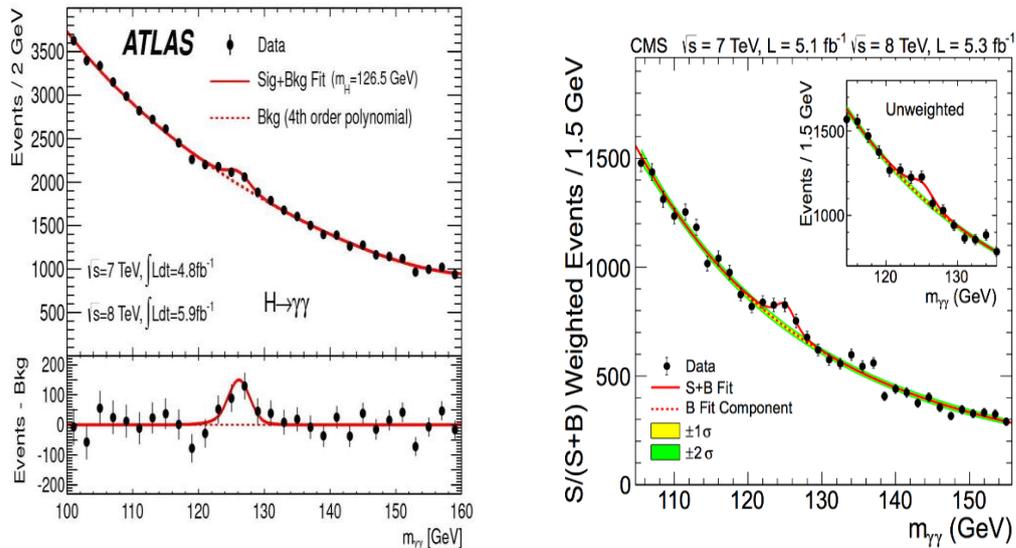


Fig. 1.5: Dados do canal $H \rightarrow \gamma\gamma$, [35] [36]

Seguidamente, mostramos os dados da massa do bóson de Higgs calculada em cada canal de decaimentos referida no paragrafo anterior.

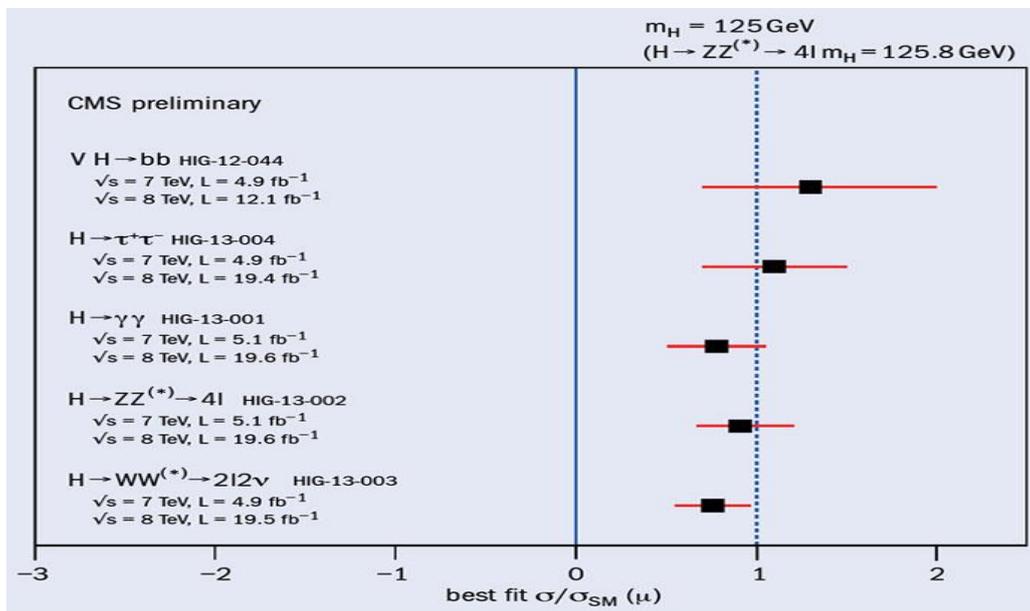


Fig. 1.6: Massa do boson de Higgs calculada em cada canal de decaimento, [37] [38]

Existem, pois, outros canais de decaimento que normalmente são estudados, para testar teorias além do Modelo Standard.

As experiências mostram que a partícula observada é um bóson escalar de paridade positiva.

<i>Observed CL_S compared with $J^P = 0^+$</i>		$0^- (gg)$ <i>pseudo-escalar</i>	$2_m^+ (gg)$ <i>minimal couplings</i>	$2_m^+ (q\bar{q})$ <i>minimal couplings</i>	$1^- (q\bar{q})$ <i>exotic vector</i>	$1^+ (q\bar{q})$ <i>exotic pseudo-vector</i>
$ZZ^{(*)}$	ATLAS	2.2%	6.8%	16.8%	6.0%	0.2%
	CMS	0.16%	1.5%	<0.1%	<0.1%	<0.1%
$WW^{(*)}$	ATLAS	—	5.1%	1.1%	—	—
	CMS	—	14%	—	—	—
$\gamma\gamma$	ATLAS	—	0,7%	12.4%	—	—

Tabela 1: Testes prováveis das paridades da partícula observada mostra vantagem da previsão do MS, uma partícula 0^+ [39].

Na figura seguinte, é mostrado um dos canais de decaimento do bóson de Higgs. Do qual se pode verificar uma acumulação na região onde a partícula foi observada. E essa mesma análise foi feita para todos os canais de decaimento esperados, e todos os canais mostram uma massa semelhante para o bóson de Higgs.

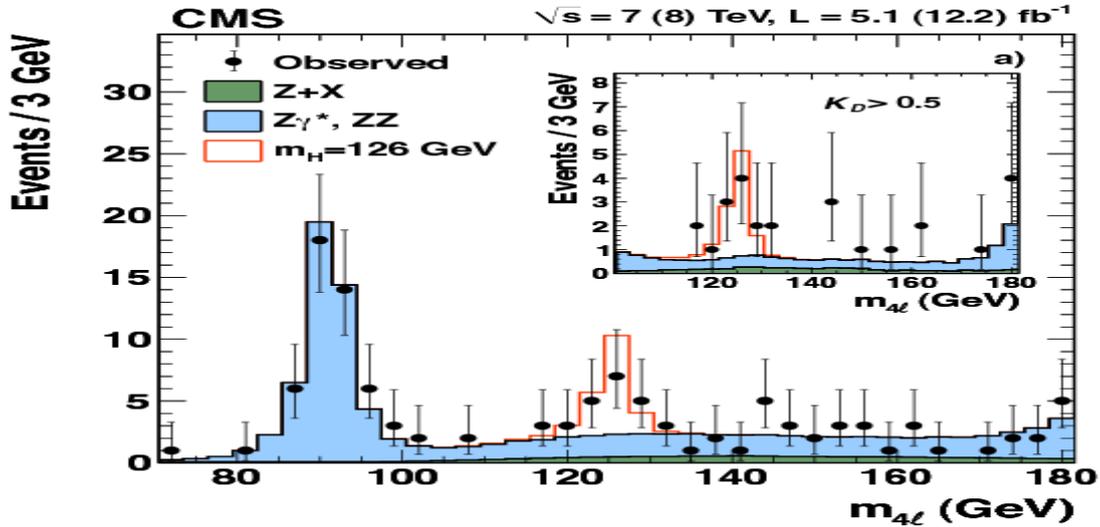


Fig. 1.7: Distribuição da massa invariante de quatro leptões na faixa próxima à ressonância dos eventos que mostram acumulação próximo de 126 GeV [40].

Contudo, a combinação dos resultados experimentais de *ATLAS* e *CMS*, ambos reunidos e apresentados por colaboração, evidenciam suficientemente a descoberta de uma nova

partícula. A intensidade dos sinais observados também é bastante consistente com o esperado para o bóson de Higgs do modelo standard.

Em março de 2013, foram apresentados os dados à 8 TeV, com a análise das propriedades da partícula relatada em julho de 2012, e quatro vezes mais dados que antes, dando evidência suficiente para chamar a nova partícula de bóson de Higgs.

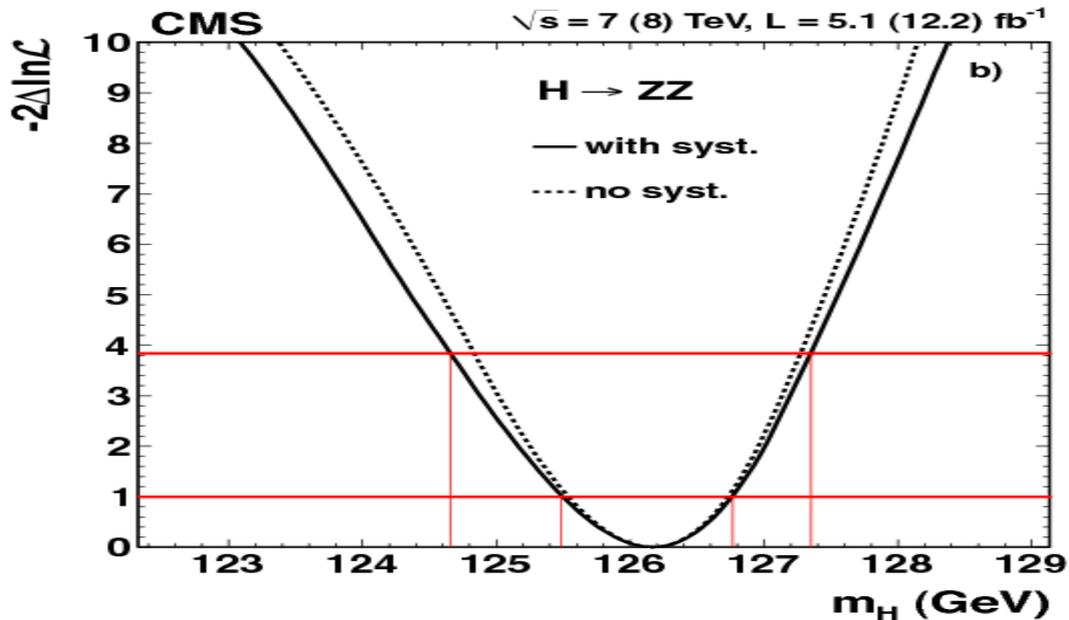


Fig. 1.8: Distribuição da massa invariante de quatro leptões na faixa próxima à ressonância de 126 GeV. [41]

Os resultados experimentais são compatíveis para spin, paridade, acoplamentos relativos, mecanismos de produção e decaimento do bóson de Higgs do MS. Hipóteses alternativas foram testadas, mas nenhuma delas se mostra preferível ao modelo standard. Neste gráfico, os pontos representam os dados observados, os histogramas sombreados representam os fundos e os histogramas abertos representam a expectativa do sinal. [42]

Portanto, prevê-se uma nova fase do LHC, a 13 TeV, cujo objetivo é continuar a busca de física além do modelo standard. A maior energia dessa fase vai permitir medidas com maior precisão, inclusive do Higgs. Por exemplo a supersimetria e teoria de cordas preveem cinco ou mais bósons de Higgs, e um deles pode ser encontrando com as energias maiores agora acessíveis. Também pode haver decaimento do bóson de Higgs em partículas de matéria escura.

3 Quebra Dinâmica de Simetria no Modelo Standard para a Formação de um Higgs Composto

Este é o tema de destaque que constitui o centro de estudo deste trabalho. A quebra dinâmica de simetria inclui a quebra espontânea de simetria que conduz a modos de Goldstone (sem massa, discutidos no ponto 2.3.1). A principal diferença é que tanto os modos de Goldstone como os escalares, entre os quais o que tem os números quânticos do Higgs, aparecem como estados ligados de quark-antiquark, associados à formação dum condensado de quarks não nulo $\langle q\bar{q} \rangle \neq 0$, ao passo que no SM são modos sem estrutura interna.

Como já foi discutido, para uma teoria de *gauge*, os modos de Goldstone permitem estabelecer os estados de polarização dos bosões electrofracos, pelo que este aspeto não será mais considerado. Concentramo-nos no espetro que emerge para os bosões compostos.

A quebra da simetria quiral dá origem a massas constituintes dos fermiões, ligadas aos condensados de quarks não nulos $\langle q\bar{q} \rangle \neq 0$, que no presente estudo corresponderão a condensados relacionados à família dos quarks pesados top e bottom.

Parte-se da hipótese que esta quebra de simetria dinâmica ocorre à escala eletrofraca de 245 GeV. Para efetuar o presente estudo, recorreremos ao modelo de NJL como base à interação de Yukawa, como descrito em seguida.

3.1 O Modelo de Nambu Jona – Lasinio

O modelo de Nambu e Jona-Lasinio (NJL) [22] [23] foi introduzido previamente à QCD para explicar a massa baixa do píon em relação a outros hádrões, assim como a origem da massa do nucleão. A interação é puramente fermiónica e foi baseada na teoria da supercondutividade. Mais tarde, interpretando os fermiões como quarks, e em variadas extensões, tem vindo a ser um dos mais utilizados modelos para explorar aspetos das simetrias da QCD a baixas energias, tendo por base a quebra dinâmica da simetria quiral. Contudo a simetria SU(3) da cor é colocada à mão, e contrariamente à QCD, é tratada como uma simetria global. Também apenas singletos da cor são considerados nas interações dos quarks. Assim o grau de liberdade da cor manifesta-se apenas na presença do número de cores N_c associado a cada quark.

A densidade Lagrangiana do modelo NJL na versão de dois sabores construída de modo a ter a simetria $SU(2)_R \times SU(2)_L \times U_V(1)$ global é

$$\mathcal{L}^{NJL} = \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi + \frac{G}{2} [(\bar{\psi} \tau_a \psi)^2 + (\bar{\psi} i \gamma_5 \tau_a \psi)^2] \quad (3-1)$$

onde a simetria $U_V(1)$ se refere à conservação do número bariônico, o índice $a=0,1,2,3$ corre sobre índices de sabor, τ_a ($a=1,2,3$) são as matrizes de Pauli no espaço de isospin e τ_0 é a matriz unidade.

A constante de acoplamento G tem unidades $[E^{-2}]$. A interação entre os quarks é pontual e o modelo é não renormalizável.

Uma vez que os graus de liberdade relevantes para descrever a QCD a baixas energias são os mesões e bariões, a Lagrangiana deve ser bosonizada. Há variadas maneiras de o fazer, sendo as técnicas de Bethe-Salpeter e as de introdução de variáveis bosônicas auxiliares em integrais funcionais as mais utilizadas. Neste trabalho usamos a segunda via.

O ponto de partida é o funcional

$$Z = \int D\bar{\psi} \int D\psi \exp \left[+i \int d^4 x \mathcal{L}(\bar{\psi}\psi) \right]$$

e as variáveis bosônicas auxiliares S_a e P_a ,

$$S_a = \bar{\psi} \tau_a \psi, \quad P_a = \bar{\psi} i \gamma_5 \tau_a \psi. \quad (3-2)$$

Usando a identidade funcional

$$1 = \int DS_a \int DP_a \delta(S_a - \bar{\psi} \tau_a \psi) \delta(P_a - \bar{\psi} i \gamma_5 \tau_a \psi) \quad (3-3)$$

e aplicando a transformação de Fourier da função δ ,

$$1 = \int DS_a \int DP_a \int D\sigma_a \int D\pi_a \exp \left[+i \int d^4 x \sigma_a (S_a - \bar{\psi} \tau_a \psi) \right] \quad (3-4) \\ \times \exp \left[+i \int d^4 x \pi_a (P_a - \bar{\psi} i \gamma_5 \tau_a \psi) \right]$$

pode-se multiplicar o funcional Z por esta identidade funcional conduzindo à expressão

$$\begin{aligned}
 Z &= \int \mathcal{D}\sigma_a \int \mathcal{D}\pi_a \int \mathcal{D}S_a \int \mathcal{D}P_a e^{-i \int d^4x \mathcal{L}_B(S,P,\sigma,\pi)} \int \mathcal{D}\bar{\psi} \int \mathcal{D}\psi e^{+i \int d^4x \mathcal{L}_f(\psi,\bar{\psi},\sigma,\pi)} \\
 \mathcal{L}_B(S, P, \sigma, \pi) &= \sigma_a S_a + \pi_a P_a + \frac{G}{2} (S_a^2 + P_a^2) \\
 \mathcal{L}_f(\psi, \bar{\psi}, \sigma, \pi) &= \bar{\psi} \left(i \gamma^\mu \partial_\mu - \tau_a (\sigma_a + i \gamma_5 \pi_a) \right) \psi.
 \end{aligned}$$

Integrando sobre os fermiões e as variáveis bosônicas auxiliares S_a e P_a , obtém-se um funcional dependente apenas de σ_a e π_a e o respetivo Lagrangiano efetivo. Ambas as integrações são quadráticas nos campos, podendo ser efetuadas de forma exata. Aqui vê-se que os campos fermiônicos interagem com os campos auxiliares na forma de interações de Yukawa.

Para integrar sobre S_a e P_a completa-se o quadrado na exponencial, por exemplo

$$\sigma_a S_a + \frac{G}{2} S_a^2 = \frac{G}{2} \left(S_a + \frac{\sigma_a}{G} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{\sigma_a^2}{G} \quad (3-5)$$

faz-se um *shift* na variável de integração, $S_a + \frac{\sigma_a}{G} = S'_a$, integra-se sobre S'_a , ignora-se a constante resultante dessa integração, pois não depende dos campos, e mantém-se o segundo termo do lado direito.

O resultado de Z é uma expressão semi-bosonizada, pois ainda depende dos campos fermiônicos

$$\begin{aligned}
 Z &= \int \mathcal{D}\bar{\psi} \int \mathcal{D}\psi \int \mathcal{D}\sigma \int \mathcal{D}\pi e^{+i \int d^4x (\mathcal{L}_f(\psi,\bar{\psi},\sigma,\pi) + \mathcal{L}_{aux}(\sigma,\pi))} \quad (3-6) \\
 \mathcal{L}_{aux} &= -\frac{1}{2} \frac{\sigma_a^2 + \pi_a^2}{G}
 \end{aligned}$$

Este resultado é exato e equivalente à expressão de partida. Verifica-se, obtendo as equações de Euler-Lagrange para as variáveis bosônicas. Nota-se que as variáveis bosônicas são estáticas uma vez que a Lagrangiana não contém termos cinéticos bosônicos, pelo que

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \sigma_a} &= -\frac{\sigma_a}{G} - \bar{\psi} \tau_a \psi = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi_a} &= -\frac{\pi_a}{G} - \bar{\psi} i \tau_a \gamma_5 \psi = 0\end{aligned}\quad (3-7)$$

e correspondem a vínculos que transformam o resultado semi-bosonizado na versão fermiônica.

Antes de prosseguir verificamos ainda as simetrias $SU(2)_R \times SU(2)_L$. Introduzindo

$$\begin{aligned}\Sigma &= (\sigma_a + i\pi_a)\tau_a \\ \Sigma^\dagger &= (\sigma_a - i\pi_a)\tau_a\end{aligned}\quad (3-8)$$

e usando $\gamma_5 = P_R - P_L$, $\frac{1}{2} \text{tr}(\Sigma \Sigma^\dagger) = \sigma_a^2 + \pi_a^2$ obtemos o Lagrangeano semi-bosonizado na forma

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \bar{\psi}_L i \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R i \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R - \frac{G}{4} \text{tr}(\Sigma^\dagger \Sigma) \\ &\quad - \text{tr}(\bar{\psi}_L \Sigma \psi_R + \bar{\psi}_R \Sigma^\dagger \psi_L),\end{aligned}\quad (3-9)$$

que fica invariante perante as transformações

$$\begin{aligned}\psi_L &\rightarrow \psi'_L = U_L \psi_L, & \psi_R &\rightarrow \psi'_R = U_R \psi_R, \\ \Sigma &\rightarrow \Sigma' = U_L \Sigma U_R^\dagger, & \Sigma^\dagger &\rightarrow \Sigma'^\dagger = U_R \Sigma^\dagger U_L^\dagger\end{aligned}\quad (3-10)$$

onde $U_{L,R} = e^{-i \vec{\alpha}_{L,R} \cdot \vec{\tau}}$. Na verdade estas simetrias verificam-se também alargando o espaço dos geradores para incluir o singlete, pelo que a simetria é $U(2)_L \times U(2)_R$ no Lagrangiano que tomamos como exemplo.

Notamos ainda a semelhança da versão semi-bosonizada com o Lagrangiano do modelo sigma linear, contudo sem termos cinéticos e de auto-interação dos mesões.

Vemos na eq. 3-9 que as interações de Yukawa, dadas pelo último termo, estão vinculadas através das equações do movimento ao termo proporcional a G.

Finalmente a integração funcional fermiônica é sobre uma gaussiana e o resultado exato é dado por [43]

$$\begin{aligned}\det(D) &\equiv \int \mathcal{D}\psi \int \mathcal{D}\bar{\psi} e^{+i \int d^4x (\mathcal{L}_f(\psi, \bar{\psi}, \sigma, \pi))} \\ D &= i \gamma^\mu \partial_\mu - \tau_a (\sigma_a + i \gamma_5 \pi_a)\end{aligned}$$

onde D é o inverso do propagador fermiônico com campos de fundo σ_a e π_a .

O Lagrangiano bosonizado está sujeito a uma quebra de simetria espontânea quirial, que ocorre quando os campos escalares assumem um valor esperado no vácuo não nulo. No caso presente apenas o campo σ_0 pode adquirir um valor esperado finito (simetria de isospin), $\langle \sigma_0 \rangle = m_0$. Redefine-se

$$\sigma_0 \rightarrow \sigma_0 + m_0$$

de maneira a que o valor esperado do campo redefinido seja nulo, organizando assim o mínimo do potencial para um estado de valor expectável nulo no vácuo.

Embora o resultado da integração fermiônica seja exato, só é possível calcular a $\det D$ de forma aproximada. Para isso usa-se o método de heat kernel numa representação que preserva a simetria quirial. Ela é dada para a parte real da ação (apêndice A.3)

$$\begin{aligned} \ln|\det D| \\ = -\frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{dt}{t} \rho(t, \Lambda^2) \mathcal{T}r(e^{-tD^\dagger D}) \end{aligned}$$

com D no espaço euclidiano, ver eq. 3-77. Aqui $\mathcal{T}r$ designa o traço funcional.

Sem apresentar derivação o resultado formal desta integração é dado na secção do Higgs composto, ver eq. 3-74 e definições que a seguem. Para o presente caso obtém-se a partir desse resultado o Lagrangiano efetivo livre, ou seja, até ordem quadrática nos campos,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ef}(\sigma_a, \pi_a) \\ = \frac{N_c I_1}{8\pi^2} ((\partial_\alpha \sigma_a)^2 + (\partial_\alpha \pi_a)^2) + \frac{N_c I_0}{4\pi^2} (\sigma_0^2 + 2m_0 \sigma_0 + \sigma_i^2 + \pi_a^2) \\ - \frac{N_c I_1}{2\pi^2} m_0^2 \sigma_a^2 - \frac{\sigma_0^2 + 2m_0 \sigma_0 + \sigma_i^2 + \pi_a^2}{2G} \end{aligned} \quad (3-11)$$

onde a última parcela é o termo proveniente da integração sobre S_a e P_a , ver eq. 3-6. O primeiro termo é a parte cinética dos mesões, I_0 e I_1 são integrais de 1-loop de *quarks*, I_0 é o *tadpole* e tem divergência quadrática, I_1 é uma função de dois pontos e diverge logaritmicamente (ver Eqs. 3.75, 3.80 e 3.81 abaixo). Estes integrais dependem da massa do quark e do cutoff (regularizador) nas integrais. Vê-se assim que o termo cinético dos mesões, ausente na versão semi-bosonizada, aparece após bosonização completa. Termos de interação entre os mesões também surgiriam se tivéssemos ido além dos termos quadráticos.

Em seguida devemos colocar o coeficiente do termo linear no campo σ_0 para zero, de contrário a derivada do potencial em ordem a σ_0 seria diferente de zero e não teríamos um mínimo do potencial. Esta condição conduz à equação do *gap*

$$m_0 \left(\frac{1}{2G} - \frac{N_c I_0}{4\pi^2} \right) = 0. \quad (3-12)$$

Esta equação tem sempre um extremo trivial, isto é, $m_0=0$. No entanto a partir de certo valor crítico de G tem solução para um valor não nulo da massa do quark, e representa um mínimo do potencial. Abaixo do valor crítico de G , $m_0=0$ é um mínimo do potencial, acima passa a ser um máximo.

Deve-se escrever o termo cinético em forma canónica, pelo que se redefine os campos,

$$\varphi_a \equiv (\sigma_a, \pi_a), \quad \varphi_{aR}^2 \equiv \frac{N_c I_1}{4\pi^2} \varphi_a^2, \quad (3-13)$$

ficando os termos cinéticos

$$\frac{1}{2} ((\partial_\alpha \sigma_{aR})^2 + (\partial_\alpha \pi_{aR})^2) \quad (3-14)$$

Definindo termos de massa dos mesões genericamente como $\frac{M_{\varphi_a}^2}{2} \varphi_{aR}^2$ e agrupando termos em $\mathcal{L}_{ef}(\sigma_a, \pi_a)$ temos que, pela equação do *gap*, $\pi_{aR}^2 \left(\frac{N_c}{4\pi^2} - \frac{1}{2G} \right) = 0$, pelo que todos os pseudoescalares são bosões de Goldstone.

Tendo em conta, mais uma vez, a equação do *gap* obtém-se no caso dos escalares

$$-\frac{4\pi^2}{N_c I_1} \sigma_{0R}^2 \left(\frac{N_c I_0}{4\pi^2} - \frac{1}{2G} - \frac{N_c I_1 m_0^2}{2\pi^2} \right) \equiv \frac{1}{2} M_{\sigma_0}^2 \sigma_{0R}^2 \quad (3-15)$$

$$\Leftrightarrow M_{\sigma_0}^2 = 4m_0^2$$

e

$$-\frac{4\pi^2}{N_c I_1} \sigma_{iR}^2 \left(\frac{N_c I_0}{4\pi^2} - \frac{1}{2G} - \frac{N_c I_1 m_0^2}{2\pi^2} \right) \equiv \frac{1}{2} M_{\sigma_i}^2 \sigma_{0R}^2 \quad (3-16)$$

$$\Leftrightarrow M_{\sigma_i}^2 = 4m_0^2$$

Os escalares σ_0 e σ_i ($i=1,2,3$) têm massas iguais.

Em resumo, o lagrangiano NJL considerado com massa corrente nula admite 4 bosões de Goldstone para os modos pseudoescalares e quatro mesões escalares de massa degenerada, dada pelo dobro da massa constituinte do quark. Isto acontece quando a

simetria quiral é quebrada espontaneamente, ou seja, quando a equação do *gap* tem soluções não triviais. As degenerescências nos espectros dos pseudoescalares e escalares era esperada dada a simetria $U(2)_L \times U(2)_R$ considerada.

3.2 Interação de Yukawa como base para a bosonização do Modelo NJL

A interação de Yukawa, é uma interação que descreve a força nuclear forte entre nucleões (fermiões), mediada por piões (mesões pseudoescalares). Esta interação é também usada no Modelo Standard para descrever o acoplamento entre o campo de Higgs e os campos dos quarks e leptões sem massa. Pois é através da quebra espontânea de simetria que estes fermiões ganham massa, proporcional ao valor esperado de expectativa do vácuo do campo de Higgs. [44].

Dada a equação da interação de Yukawa entre fermiões do SM

$$\mathcal{Y} = -\lambda_b \bar{Q}_L \cdot \phi b_R - \lambda_t \varepsilon^{ab} \bar{Q}_{La} \phi_b^\dagger t_R + h.c \quad (3-17)$$

e escrevendo explicitamente o conjugado hermítico (h.c) (ver Apêndice A.2) dos termos desta equação tem-se

$$\begin{aligned} \mathcal{Y} = & -\lambda_b \bar{Q}_L \cdot \phi b_R - \lambda_t \varepsilon^{ab} \bar{Q}_{La} \phi_b^\dagger t_R - \lambda_b \bar{b}_R \phi^\dagger \cdot Q_L \\ & - \lambda_t \varepsilon^{ab} \bar{t}_R \phi_b Q_{La} . \end{aligned} \quad (3-18)$$

À semelhança do procedimento de bosonização no modelo NJL, para obter o modelo composto de Higgs, podemos adicionar a \mathcal{Y} os termos $\phi^\dagger \phi$ e usar as equações do movimento para ϕ^\dagger e ϕ , do seguinte modo,

$$\mathcal{L}_{q\phi} = \mathcal{Y} + K \phi^\dagger \phi \quad (3-19)$$

onde K é uma constante de acoplamento arbitrária. $\mathcal{L}_{q\phi}$ corresponde a uma expressão semi-bosonizada.

Notemos que nesta equação não estão inclusos os termos cinéticos para ϕ e nem tão pouco a interação dos termos como $(\phi^\dagger \phi)^2$ que podia estar presente na lagrangiana de Higgs. Estes serão gerados após a bosonização completa, de modo semelhante ao modelo NJL.

A equação do movimento é dada por,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{a'}} &= \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial \phi_{a'}} + K \phi_{a'}^\dagger = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{a'}^\dagger} &= \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial \phi_{a'}^\dagger} + K \phi_{a'} = 0\end{aligned}\quad (3-20)$$

Isolando $\phi_{a'}$ e $\phi_{a'}^\dagger$ e substituindo as derivadas correspondentes a \mathcal{Y} tem-se

$$\begin{aligned}\phi_{a'} &= -\frac{1}{K} \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial \phi_{a'}^\dagger} = -\frac{1}{K} \left(-\lambda_t \varepsilon^{ab} \bar{Q}_{La} t_R - \lambda_b \bar{b}_R \cdot Q_{La'} \right) \\ &= \frac{\lambda_t}{K} \varepsilon^{aa'} \bar{Q}_{La} t_R + \frac{\lambda_b}{K} \bar{b}_R Q_{La'} \\ \phi_{a'}^\dagger &= -\frac{1}{K} \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial \phi_{a'}} = -\frac{1}{K} \left(-\lambda_b \bar{Q}_{La'} b_R - \lambda_t \varepsilon^{aa'} \bar{t}_R Q_{La} \right) \\ &= \frac{\lambda_b}{K} \bar{Q}_{La'} b_R + \frac{\lambda_t}{K} \varepsilon^{aa'} \bar{t}_R Q_{La}\end{aligned}\quad (3-21)$$

Seguidamente atribuindo aos índices sabores específicos, obtém-se

- $a' = t$:

$$\begin{aligned}\phi_t &= \frac{\lambda_t}{K} \varepsilon^{bt} \bar{Q}_{Lb} t_R + \frac{\lambda_b}{K} \bar{b}_R Q_{Lt} = -\frac{\lambda_t}{K} \bar{b}_L t_R + \frac{\lambda_b}{K} \bar{b}_R t_L \\ \phi_t^\dagger &= \frac{\lambda_b}{K} \bar{t}_L b_R + \frac{\lambda_t}{K} \varepsilon^{bt} \bar{t}_R b_L = \frac{\lambda_b}{K} \bar{t}_L b_R - \frac{\lambda_t}{K} \bar{t}_R b_L\end{aligned}\quad (3-22)$$

- $a' = b$:

$$\begin{aligned}\phi_b &= \frac{\lambda_t}{K} \bar{t}_L t_R + \frac{\lambda_b}{K} \bar{b}_R b_L \\ \phi_b^\dagger &= \frac{\lambda_b}{K} \bar{b}_L b_R + \frac{\lambda_t}{K} \bar{t}_R t_L\end{aligned}\quad (3-23)$$

Onde $\varepsilon^{ab} = \begin{cases} \varepsilon^{tb} = 1 \\ \varepsilon^{bt} = -1 \\ \varepsilon^{tt} = \varepsilon^{bb} = 0 \end{cases}$, t e b são os quarks top e bottom.

Substituindo as componentes de dubleto obtidas, temos ϕ^\dagger e ϕ dados explicitamente em termos de bilineares de quarks

$$\begin{aligned}\phi &= \begin{pmatrix} \phi_t \\ \phi_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\lambda_t}{K} \bar{b}_L t_R + \frac{\lambda_b}{K} \bar{b}_R t_L \\ \frac{\lambda_t}{K} \bar{t}_L t_R + \frac{\lambda_b}{K} \bar{b}_R b_L \end{pmatrix} \\ \phi^\dagger &= \begin{pmatrix} \phi_t^\dagger & \phi_b^\dagger \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{\lambda_b}{K} \bar{t}_L b_R - \frac{\lambda_t}{K} \bar{t}_R b_L & \frac{\lambda_b}{K} \bar{b}_L b_R + \frac{\lambda_t}{K} \bar{t}_R t_L \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (3-24)$$

Efetuada o produto escalar das equações (3-24) obtemos a expressão equivalente a $\phi^\dagger\phi$, em termos de quarks

$$\begin{aligned}
 \phi^\dagger\phi &= \left(\frac{\lambda_b}{K} \bar{t}_L b_R - \frac{\lambda_t}{K} \bar{t}_R b_L\right) \left(-\frac{\lambda_t}{K} \bar{b}_L t_R + \frac{\lambda_b}{K} \bar{b}_R t_L\right) \\
 &+ \left(\frac{\lambda_b}{K} \bar{b}_L b_R + \frac{\lambda_t}{K} \bar{t}_R t_L\right) \left(\frac{\lambda_t}{K} \bar{t}_L t_R + \frac{\lambda_b}{K} \bar{b}_R b_L\right) \\
 &= \frac{1}{K^2} \left[-\lambda_b \lambda_t [(\bar{t}_L b_R)(\bar{b}_L t_R) + (\bar{t}_R b_L)(\bar{b}_R t_L) - (\bar{b}_L b_R)(\bar{t}_L t_R) \right. \\
 &\quad \left. - (\bar{t}_R t_R)(\bar{b}_L b_R) \right] \\
 &\quad + \lambda_t^2 [(\bar{t}_R b_L)(\bar{b}_L t_R) + (\bar{t}_R t_L)(\bar{t}_L t_R)] \\
 &\quad + \lambda_b^2 [(\bar{t}_L b_R)(\bar{b}_R t_L) + (\bar{b}_L b_R)(\bar{b}_R b_L)] \Big]
 \end{aligned} \tag{3-25}$$

Antes de continuar, salientamos que esta expressão corresponde à de Miransky, Tanabashi e Yamawaki (MTY) [45], que a postulou por outra via, fazendo a seguinte correspondência entre os acoplamentos, ver apêndice, eq. A-26,

$$\begin{cases} \frac{\lambda_t^2}{K^2} = 2(g^{(1)} + g^{(3)}) \\ \frac{\lambda_b^2}{K^2} = 2(g^{(1)} - g^{(3)}) \\ \frac{\lambda_b \lambda_t}{K^2} = -2g^{(2)} \end{cases} \tag{3-26}$$

Fazemos notar que enquanto o modelo de MTY tem três acoplamentos independentes, o modelo obtido neste trabalho tem apenas duas. Isto conduz à condição

$$g^{(1)^2} - g^{(2)^2} - g^{(3)^2} = 0 \tag{3-27}$$

para o SM.

Olhando para este resultado (3-25) nota-se que se obtém uma interação de quatro fermiões (4-quarks), ao qual se deve adicionar o termo cinético dos quarks.

Para que os termos (cinéticos de ϕ e termos de interação $(\phi^\dagger\phi)^2$) sejam gerados pela lagrangiana de quarks, é necessário completar a bosonização. Introduzimos de novo campos auxiliares à semelhança do que foi feito acima no exemplo do modelo NJL,

$$\Sigma = \Sigma_a \tau_a = \frac{1}{2} (S_a - iP_a) \tau_a \tag{3-28}$$

onde $S_a = \bar{q} \tau_a q$, $P_a = \bar{q} i \gamma_5 \tau_a q$, sendo $a = 0, 1, 2, 3$.

As componentes do termo auxiliar Σ_a são resolvidas aplicando as matrizes de Pauli. [46]

- Para $a = 0$

$$\begin{aligned} S_0 &= \bar{\psi}\tau_0\psi = \bar{t}t + \bar{b}b, \\ P_0 &= \bar{\psi}i\gamma_5\tau_0\psi = \bar{t}i\gamma_5t + \bar{b}i\gamma_5b \end{aligned} \quad (3-29)$$

escrevendo os campos ψ como um dubleto $SU(2)$ de quark top e quark botton. Os termos S_0 e P_0 da equação 3-26 podem ser somados substituindo as suas expressões correspondentes,

$$\begin{aligned} S_0 + iP_0 &= \bar{t}t + \bar{b}b - \bar{t}\gamma_5t - \bar{b}\gamma_5b \\ &= \bar{t}(1 - \gamma_5)t + \bar{b}(1 - \gamma_5)b \\ &= 2(\bar{t}P_Lt + \bar{b}P_Lb) = 2(\bar{t}_Rt_L + \bar{b}_Rb_L) = 2\Sigma_0^+ \end{aligned} \quad (3-30)$$

Partindo do h.c da equação (3-28), conclui-se que $\bar{t}_L t_R + \bar{b}_L b_R = \Sigma_0$.

- Para $a = 1$

$$\begin{aligned} S_1 &= \bar{\psi}\tau_1\psi = \bar{t}b + \bar{b}t, \\ P_1 &= \bar{t}i\gamma_5b + \bar{b}i\gamma_5t \end{aligned} \quad (3-31)$$

Procedendo de forma semelhante tal como na equação 3-28, obtemos

$$\begin{aligned} S_1 + iP_1 &= \bar{t}b + \bar{b}t - \bar{t}\gamma_5b - \bar{b}\gamma_5t \\ &= 2(\bar{t}P_Lb + \bar{b}P_Lt) = 2(\bar{t}_Rb_L + \bar{b}_Rt_L) = 2\Sigma_1^+ \end{aligned} \quad (3-32)$$

Sendo, $(\bar{t}_L b_R + \bar{b}_L t_R) = \Sigma_1$

- Para $a = 2$:

$$\begin{aligned} S_2 &= \bar{\psi}\tau_2\psi = (\bar{t} \ \bar{b}) \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} = -i(\bar{t}b - \bar{b}t) \\ P_2 &= \bar{\psi}i\gamma_5\tau_2\psi = (\bar{t}\gamma_5b) - (\bar{b}\gamma_5t) \\ S_2 + iP_2 &= -i(\bar{t}b - \bar{b}t) - (\bar{t}\gamma_5b) + (\bar{b}\gamma_5t) \\ &= -2i(\bar{t}P_Lb - \bar{b}P_Lt) = -2i(\bar{t}_Rb_L - \bar{b}_Rt_L) \\ &= -i(\bar{t}_Rb_L - \bar{b}_Rt_L) = \Sigma_2^+ \end{aligned} \quad (3-33)$$

portanto $-i(\bar{t}_L b_R + \bar{b}_L t_R) = \Sigma_2$.

- Para $a = 3$

$$\begin{aligned} S_3 &= \bar{t}t - \bar{b}b, \\ P_3 &= \bar{t}i\gamma_5t - \bar{b}i\gamma_5b \\ S_3 + iP_3 &= (\bar{t}t - \bar{b}b) - (\bar{t}\gamma_5t) + (\bar{b}\gamma_5b) \\ &= 2(\bar{t}_Rt_L - \bar{b}_Rb_L) = \Sigma_3^+ \end{aligned} \quad (3-34)$$

logo $\bar{t}_L t_R - \bar{b}_L b_R = \Sigma_3$.

Com a notação adotada, chega-se ao resultado final do cálculo de $\phi^\dagger \phi$ em termos das variáveis Σ e Σ^\dagger ,

$$\begin{aligned} \phi^\dagger \phi &= \frac{g^{(1)}}{2} \text{tr} \Sigma \Sigma^\dagger + \frac{g^{(3)}}{2} \text{tr} (\Sigma \Sigma^\dagger \tau_3) \\ &\quad + \frac{g^{(2)}}{4} \text{tr} [\Sigma^2 + \Sigma^{\dagger 2} - 2(\Sigma_0^2 + \Sigma_0^{\dagger 2})] \end{aligned} \quad (3-35)$$

onde os termos proporcionais a $g^{(1)}$ e $g^{(2)}$ são invariantes quirais em SU(2), e podem escrever-se da seguinte forma

$$\begin{aligned} &\frac{g^{(1)}}{2} \text{Tr} \Sigma \Sigma^\dagger \\ &= \frac{g^{(1)}}{8} \text{tr} (S - iP)(S + iP) = \frac{g^{(1)}}{4} (S_a^2 + P_a^2) \\ &\frac{g^{(2)}}{4} \text{tr} [\Sigma^2 + \Sigma^{\dagger 2} - 2(\Sigma_0^2 + \Sigma_0^{\dagger 2})] \\ &= \frac{g^{(2)}}{4} (S_a^2 - P_a^2 - 2(S_o^2 - P_o^2)) \\ &= \frac{g^{(2)}}{4} (-S_o^2 + S_i^2 + P_o^2 - P_i^2) \\ &= -\frac{g^{(2)}}{4} [(S_o^2 + P_i^2) - (P_o^2 + S_i^2)] \end{aligned} \quad (3-36)$$

sendo

$$\begin{aligned} (S_a^2 + P_a^2) &\rightarrow \text{invariante quiral} \\ (S_o^2 + P_i^2) - (P_o^2 + S_i^2) &\rightarrow \text{invariante quiral} \end{aligned} \quad (3-37)$$

O segundo termo viola simetria $U_A(1)$, mas preserva simetria quiral.

O termo em $g^{(3)}$ não é invariante

$$\begin{aligned} \frac{g^{(3)}}{2} \text{tr} (\Sigma \Sigma^\dagger \tau_3) &= g^{(3)} [\Sigma_0 \Sigma_3^\dagger + \Sigma_3 \Sigma_0^\dagger + i(\Sigma_1 \Sigma_2^\dagger - \Sigma_2 \Sigma_1^\dagger)] \\ &= \frac{g^{(3)}}{2} [(S_o S_3 + P_o P_3) - (S_1 P_2 - S_2 P_1)] \end{aligned} \quad (3-38)$$

$$\begin{aligned} (S_o S_3 + P_o P_3) &\rightarrow \text{quebra simetria de isospin} \\ (S_1 P_2 - S_2 P_1) &\rightarrow \text{viola paridade e simetria de isospin} \end{aligned} \quad (3-39)$$

E em seguida, substituindo as equações 3-36 e 3-38 na equação 3-35, obtemos a seguinte equação,

$$\begin{aligned} \phi^\dagger \phi = & \frac{g^{(1)}}{4} (S_a^2 + P_a^2) - \frac{g^{(2)}}{4} [(S_o^2 + P_i^2) - (P_o^2 + S_i^2)] \\ & + \frac{g^{(3)}}{2} [(S_o S_3 + P_o P_3) - (S_1 P_2 - S_2 P_1)] \end{aligned} \quad (3-40)$$

que é o ponto de partida para a bosonização, procedendo de forma semelhante ao que foi feito no caso do modelo NJL.

Introduzimos de novo a integral funcional,

$$F = \int D\bar{\psi} \int D\psi \exp \left[-i \int d^4 x \mathcal{L}(\bar{\psi}\psi) \right] \quad (3-41)$$

onde

$$\mathcal{L}(\bar{\psi}\psi) = \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi + \mathcal{L}_{int}(\bar{\psi}\psi) \quad (3-42)$$

e

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}(\bar{\psi}\psi) = & 2(g^{(1)} + g^{(3)}) [(\bar{t}_R b_L)(\bar{b}_L t_R) + (\bar{t}_R t_L)(\bar{t}_L t_R)] \\ & + 2(g^{(1)} - g^{(3)}) [(\bar{t}_L b_R)(\bar{b}_R t_L) + (\bar{b}_L b_R)(\bar{b}_R b_L)] \\ & + 2g^{(2)} [(\bar{t}_L b_R)(\bar{b}_L t_R) + (\bar{t}_R b_L)(\bar{b}_R t_L) - (\bar{b}_L b_R)(\bar{t}_L t_R) \\ & - (\bar{t}_R t_L)(\bar{b}_R b_L)] \equiv \phi^\dagger \phi \end{aligned} \quad (3-43)$$

tal como também $D\bar{\psi} D\psi = D\bar{t} D t D\bar{b} D b$.

Usamos a expressão correspondente a identidade funcional,

$$1 = \int D S_a \int D P_a \delta(S_a - \bar{\psi} \tau_a \psi) \delta(P_a - \bar{\psi} i \gamma_5 \tau_a \psi) \quad (3-44)$$

onde $a = 0, 1, 2, 3$.

Substituindo essa equação na equação 3-41, considerando o coeficiente um do membro direito da mesma, obtemos

$$\begin{aligned} F = & \int D\bar{\psi} \int D\psi \exp \left[+i \int d^4 x \mathcal{L}(\bar{\psi}, \psi) \right] \\ = & \int D\bar{\psi} \int D\psi \int D S_a \int D P_a \delta(S_a - \bar{\psi} \tau_a \psi) \delta(P_a - \bar{\psi} i \gamma_5 \tau_a \psi) \\ & \times \exp \left\{ i \int d^4 x \left(\frac{g^{(1)}}{4} (S_a^2 + P_a^2) - \frac{g^{(2)}}{4} [(S_o^2 + P_i^2) - (P_o^2 + S_i^2)] \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{g^{(3)}}{2} [(S_o S_3 + P_o P_3) - (S_1 P_2 - S_2 P_1)] \right) \right\} \end{aligned} \quad (3-45)$$

Aplicando de novo a transformação de Fourier da função δ ,

$$1 = \int DS_a \int DP_a \int D\sigma_a \int D\pi_a \exp \left[+i \int d^4x \sigma_a (S_a - \bar{\psi} \tau_a \psi) \right] \quad (3-46)$$

$$\times \exp \left[+i \int d^4x \pi_a (P_a - \bar{\psi} i \gamma_5 \tau_a \psi) \right]$$

a equação 3-45 transforma-se no seguinte,

$$F = \int \mathcal{D}\sigma_a \int \mathcal{D}\pi_a \int \mathcal{D}S_a \int \mathcal{D}P_a e^{+i \int d^4x \mathcal{L}_B(S,P,\sigma,\pi)} \int \mathcal{D}\bar{\psi} \int \mathcal{D}\psi e^{+i \int d^4x \mathcal{L}_f(\psi,\bar{\psi},\sigma,\pi)} \quad (3-47)$$

$$\mathcal{L}_B(S, P, \sigma, \pi) = \sigma_a S_a + \pi_a P_a + \frac{g^{(1)}}{4} (S_a^2 + P_a^2) - \frac{g^{(2)}}{4} [(S_o^2 + P_i^2) - (P_o^2 + S_i^2)]$$

$$+ \frac{g^{(3)}}{2} [(S_o S_3 + P_o P_3) - (S_1 P_2 - S_2 P_1)]$$

$$\mathcal{L}_f(\psi, \bar{\psi}, \sigma, \pi) = \bar{\psi} (i \gamma^\mu \partial_\mu - \tau_a (\sigma_a + i \gamma_5 \pi_a)) \psi$$

A mistura de sabores nos campos do coeficiente $\frac{g^{(3)}}{2}$, tal como $(S_o S_3 + P_o P_3)$ e $(S_1 P_2 - S_2 P_1)$, não permite efetuar uma interpretação direta como termos de massa. Deste modo, para dar solução a este caso é necessário *diagonalizar* o que corresponde a uma rotação dos termos envolvidos. Isto pode ser feito e a rotação deixa a medida funcional invariante, verificando o Jacobiano da transformação.

Reagrupando os termos quadráticos partindo da equação 3-40 obtém-se,

$$\phi^\dagger \phi = \frac{(g^{(1)} - g^{(2)})}{4} (S_o^2 + P_i^2) + \frac{(g^{(1)} + g^{(2)})}{4} (P_o^2 + S_i^2) \quad (3-48)$$

$$+ \frac{g^{(3)}}{2} [(S_o S_3 + P_o P_3) - (P_1 S_2 - S_2 P_1)]$$

A título de exemplo, consideremos o processo de diagonalização dos termos quadráticos dos campos S_o e S_3 ,

$$A_s S_o^2 + B_s S_3^2 + C_s S_o S_3 \quad (3-49)$$

onde,

$$A_s = \frac{g^{(1)} - g^{(2)}}{4}, \quad B_s = \frac{g^{(1)} + g^{(2)}}{4}, \quad C_s = \frac{g^{(3)}}{2} \quad (3-50)$$

Após uma rotação, $S_o, S_3 \rightarrow \tilde{S}_0, \tilde{S}_3$, de modo que,

$$\begin{pmatrix} S_o \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_s & \sin \theta_s \\ -\sin \theta_s & \cos \theta_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{S}_0 \\ \tilde{S}_3 \end{pmatrix} \quad (3-51)$$

pretendemos que a expressão 3-49 passe a ser dada por,

$$\tilde{A}_s \tilde{S}_0^2 + \tilde{B}_s \tilde{S}_3^2 \quad (3-52)$$

Partindo da equação 3-51 e fazendo a multiplicação entre matrizes obtemos,

$$\begin{aligned} S_0 &= \tilde{S}_0 \cos \theta_s + \tilde{S}_3 \sin \theta_s \\ S_3 &= -\tilde{S}_0 \sin \theta_s + \tilde{S}_3 \cos \theta_s \end{aligned} \quad (3-53)$$

O que conduz a,

$$\begin{aligned} S_0^2 &= \tilde{S}_0^2 \cos^2 \theta_s + \tilde{S}_3^2 \sin^2 \theta_s + 2\tilde{S}_0 \tilde{S}_3 \cos \theta_s \sin \theta_s \\ S_3^2 &= \tilde{S}_0^2 \sin^2 \theta_s + \tilde{S}_3^2 \cos^2 \theta_s - 2\tilde{S}_0 \tilde{S}_3 \sin \theta_s \cos \theta_s \end{aligned} \quad (3-54)$$

Substituindo estas equações na equação 3-49 obtemos,

$$\begin{aligned} &A_s S_0^2 + B_s S_3^2 + C_s S_0 S_3 \\ &= A_s (\tilde{S}_0^2 \cos^2 \theta_s + \tilde{S}_3^2 \sin^2 \theta_s + 2\tilde{S}_0 \tilde{S}_3 \cos \theta_s \sin \theta_s) \\ &+ B_s (\tilde{S}_0^2 \sin^2 \theta_s + \tilde{S}_3^2 \cos^2 \theta_s - 2\tilde{S}_0 \tilde{S}_3 \sin \theta_s \cos \theta_s) \\ &+ C_s (-\tilde{S}_0^2 \cos \theta_s \sin \theta_s + \tilde{S}_3^2 \sin \theta_s \cos \theta_s \\ &\quad + \tilde{S}_0 \tilde{S}_3 \cos^2 \theta_s - \tilde{S}_0 \tilde{S}_3 \sin^2 \theta_s^2). \end{aligned} \quad (3-55)$$

Agrupando os coeficientes de \tilde{S}_0^2 , \tilde{S}_3^2 e $\tilde{S}_0 \tilde{S}_3$, a equação 3-55 toma a forma,

$$\begin{aligned} &A_s S_0^2 + B_s S_3^2 + C_s S_0 S_3 \\ &= \tilde{S}_0^2 (A_s \cos^2 \theta_s + B_s \sin^2 \theta_s - C_s \cos \theta_s \sin \theta_s) \\ &+ \tilde{S}_3^2 (A_s \sin^2 \theta_s + B_s \cos^2 \theta_s + C_s \sin \theta_s \cos \theta_s) \\ &+ \tilde{S}_0 \tilde{S}_3 [2A_s \cos \theta_s \sin \theta_s - 2B_s \sin \theta_s \cos \theta_s + C_s (\cos^2 \theta_s - \sin^2 \theta_s)] \end{aligned} \quad (3-56)$$

O ângulo é fixado de maneira a anular o termo de mistura $\tilde{S}_0 \tilde{S}_3$,

$$2A_s \cos \theta_s \sin \theta_s - 2B_s \sin \theta_s \cos \theta_s + C_s (\cos^2 \theta_s - \sin^2 \theta_s) = 0. \quad (3-57)$$

Usando as relações trigonométricas:

$$2 \cos \theta \sin \theta = \sin 2\theta, \quad \cos^2 \theta_s - \sin^2 \theta_s = \cos 2\theta \quad (3-58)$$

obtem-se,

$$\begin{aligned}
 0 &= 2(A_s - B_s)\cos\theta_s\sin\theta_s + C_s(\cos^2\theta_s - \sin^2\theta_s) & (3-59) \\
 \Leftrightarrow 0 &= (A_s - B_s)\sin 2\theta_s + C_s\cos 2\theta_s \\
 \Leftrightarrow \frac{\sin 2\theta_s}{\cos 2\theta_s} &= -\frac{C_s}{(A_s - B_s)} \\
 \Leftrightarrow \operatorname{tg} 2\theta_s &= \frac{C_s}{(B_s - A_s)} \\
 \Leftrightarrow \theta_s &= \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{C_s}{B_s - A_s}\right).
 \end{aligned}$$

Uma vez eliminado o termo de mistura, fixando o valor do ângulo, podemos concluir que,

$$\begin{aligned}
 \tilde{A}_S &= A_s\cos^2\theta_s + B_s\sin^2\theta_s - C_s\cos\theta_s\sin\theta_s & (3-60) \\
 \tilde{B}_S &= A_s\sin^2\theta_s + B_s\cos^2\theta_s + C_s\sin\theta_s\cos\theta_s
 \end{aligned}$$

Este procedimento aplica-se a todos os outros termos de mistura (ver apêndice B.3) conduzindo a:

$$\phi^\dagger \phi_{diag} = \tilde{A}_S(\tilde{S}_0^2 + \tilde{P}_i^2) + \tilde{B}_S(\tilde{P}_0^2 + \tilde{S}_i^2). \quad (3-61)$$

Em resumo com,

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} S_0 \\ S_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\theta_s & \sin\theta_s \\ -\sin\theta_s & \cos\theta_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{S}_0 \\ \tilde{S}_3 \end{pmatrix} & (3-62) \\
 \begin{pmatrix} P_0 \\ P_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\theta_p & \sin\theta_p \\ -\sin\theta_p & \cos\theta_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{P}_0 \\ \tilde{P}_3 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} S_1 \\ P_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & \sin\theta_1 \\ -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{S}_1 \\ \tilde{P}_2 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} S_2 \\ P_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\theta_t & \sin\theta_t \\ -\sin\theta_t & \cos\theta_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{S}_2 \\ \tilde{P}_1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

obtém-se a relação entre os vários ângulos de rotação

$$\theta_s = \theta_1 = -\theta_p = -\theta_t. \quad (3-63)$$

Deste modo obtém-se

$$\begin{aligned}
 &\frac{g^{(1)}}{4}(S_a^2 + P_a^2) - \frac{g^{(2)}}{4}[(S_0^2 + P_i^2) - (P_0^2 + S_i^2)] & (3-64) \\
 &+ \frac{g^{(3)}}{2}[(S_0S_3 + P_0P_3) - (S_1P_2 - S_2P_1)] \\
 \rightarrow &\tilde{A}_S(\tilde{S}_0^2 + \tilde{P}_i^2) + \tilde{B}_S(\tilde{P}_0^2 + \tilde{S}_i^2)
 \end{aligned}$$

Podemos considerar separadamente a integração sobre os campos fermiônicos e as variáveis rodadas \tilde{S} e \tilde{P} .Necessita também fazer-se a seguinte substituição nos termos que envolvem as variáveis lineares S e P do termo $\mathcal{L}_B(S, P, \sigma, \pi)$, conforme a tabela

<i>Campos auxiliares</i>	<i>Campos auxiliares rodados</i>
$\sigma_0(S_0)$	$\sigma_0(\tilde{S}_0 \cos \theta_s + \tilde{S}_3 \sin \theta_s)$
$\sigma_3(S_3)$	$\sigma_3(-\tilde{S}_0 \sin \theta_s + \tilde{S}_3 \cos \theta_s)$
$\sigma_1(S_1)$	$\sigma_1(\tilde{S}_1 \cos \theta_s + \tilde{P}_2 \sin \theta_s)$
$\sigma_2(S_2)$	$\sigma_2(\tilde{S}_2 \cos \theta_s - \tilde{P}_1 \sin \theta_s)$
$\pi_0(P_0)$	$\pi_0(\tilde{P}_0 \cos \theta_s - \tilde{P}_3 \sin \theta_s)$
$\pi_1(P_1)$	$\pi_1(\tilde{S}_2 \sin \theta_s + \tilde{P}_1 \cos \theta_s)$
$\pi_2(P_2)$	$\pi_2(-\tilde{S}_1 \sin \theta_s + \tilde{P}_2 \cos \theta_s)$
$\pi_3(P_3)$	$\pi_3(\tilde{P}_0 \sin \theta_s + \tilde{P}_3 \cos \theta_s)$

Tabela 2 : expressões das variáveis dos vários termos lineares rodados da equação de F.

Efetuada a integração Gaussiana nas variáveis \tilde{S} e \tilde{P} (ver apêndice B. 4) obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & \int \mathcal{D}\tilde{S} \int \mathcal{D}\tilde{P} e^{-i\int d^4x \mathcal{L}_{B(S,P,\sigma,\pi)}} = e^{+i\int d^4x \mathcal{L}_{aux}(\sigma,\pi)} \quad (3-65) \\
 & \mathcal{L}_{aux} \\
 & = -\frac{1}{4\tilde{A}_S} (\sigma_0 \cos \theta_s - \sigma_3 \sin \theta_s)^2 - \frac{1}{4\tilde{B}_S} (\sigma_0 \sin \theta_s + \sigma_3 \cos \theta_s)^2 \\
 & \quad - \frac{1}{4\tilde{A}_S} (\pi_3 \cos \theta_s - \pi_0 \sin \theta_s)^2 - \frac{1}{4\tilde{B}_S} (\pi_0 \cos \theta_s + \pi_3 \sin \theta_s)^2 \\
 & \quad - \frac{1}{4\tilde{A}_S} (\pi_1 \cos \theta_s - \sigma_2 \sin \theta_s)^2 - \frac{1}{4\tilde{A}_S} (\pi_2 \cos \theta_s + \sigma_1 \sin \theta_s)^2 \\
 & \quad - \frac{1}{4\tilde{B}_S} (\pi_1 \sin \theta_s + \sigma_2 \cos \theta_s)^2 - \frac{1}{4\tilde{B}_S} (\pi_2 \sin \theta_s - \sigma_1 \cos \theta_s)^2
 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos na expressão acima podemos reescrever \mathcal{L}_{aux} como:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{aux} = & -\frac{1}{4} \left(\frac{\cos^2 \theta_s}{\tilde{A}_S} + \frac{\sin^2 \theta_s}{\tilde{B}_S} \right) (\sigma_0^2 + \pi_i^2) \quad (3-66) \\
 & -\frac{1}{4} \left(\frac{\sin^2 \theta_s}{\tilde{A}_S} + \frac{\cos^2 \theta_s}{\tilde{B}_S} \right) (\pi_0^2 + \sigma_i^2) \\
 & + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\tilde{A}_S} - \frac{1}{\tilde{B}_S} \right) \sin 2\theta_s (\sigma_0 \sigma_3 + \pi_0 \pi_3 + \pi_1 \sigma_2 - \pi_2 \sigma_1)
 \end{aligned}$$

Vamos agora simplificar este resultado do seguinte modo.

Relembrando que $\tan 2\theta = \frac{g^{(3)}}{g^{(2)}}$ podemos usar as relações trigonométricas,

$$\begin{aligned} \cos(\tan^{-1}(x)) &= \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}, \\ \sin(\tan^{-1}(x)) &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}, \end{aligned} \quad (3-67)$$

para obter $\sin(2\theta_S)$ e $\cos(2\theta_S)$ em termos dos acoplamentos:

$$\cos(2\theta_S) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{g^{(3)}}{g^{(2)}}\right)^2 + 1}}, \quad \sin(2\theta_S) = \frac{g^{(3)}}{g^{(2)}} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{g^{(3)}}{g^{(2)}}\right)^2 + 1}} \quad (3-68)$$

Daqui se obtém facilmente que:

$$\begin{aligned} \sin^2(\theta_S) &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{g^{(3)}}{g^{(2)}}\right)^2}} \right), \\ \cos^2(\theta_S) &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{g^{(3)}}{g^{(2)}}\right)^2}} \right) \end{aligned} \quad (3-69)$$

Daqui resulta que podemos reescrever

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{aux} &= - \frac{1}{g^{(1)2} - g^{(2)2} - g^{(3)2}} \left((g^{(1)} + g^{(2)})(\sigma_0^2 + \pi_i^2) \right. \\ &\quad \left. + (g^{(1)} - g^{(2)})(\pi_0^2 + \sigma_i^2) \right. \\ &\quad \left. - 2g^{(3)}(\sigma_0\sigma_3 + \pi_0\pi_3 + \pi_1\sigma_2 - \pi_2\sigma_1) \right) \end{aligned} \quad (3-70)$$

diretamente em termos dos acoplamentos e campos. Obtém-se assim (com \mathcal{L}_f dado por 3-47):

$$F = \int \mathcal{D}\bar{\psi} \int \mathcal{D}\psi \int \mathcal{D}\sigma \int \mathcal{D}\pi e^{+i\int d^4x (\mathcal{L}_f(\psi, \bar{\psi}, \sigma, \pi) + \mathcal{L}_{aux}(\sigma, \pi))}. \quad (3-71)$$

Levando em conta que o campo σ pode adquirir um valor espectável não nulo no vácuo, deve fazer-se uma mudança de variáveis

$$\begin{aligned} \sigma_0 &\rightarrow \sigma_0 + m_0 \\ \sigma_3 &\rightarrow \sigma_3 + m_3 \end{aligned} \quad (3-72)$$

de modo a que os campos redefinidos tenham valor espectável nulo, onde as constantes m_0 e m_3 vão dar origem às massas constituintes.

Podemos ainda verificar que a expressão integrada sobre as variáveis \tilde{S} e \tilde{P} necessita também de diagonalização. No entanto, antes de efetuarmos a diagonalização, precisamos de adicionar os termos da interação fermiônica,

$$\det(D) \equiv \int D\psi \int D\bar{\psi} e^{+i \int d^4x (\mathcal{L}_f(\psi, \bar{\psi}, \sigma, \pi))} \quad (3-73)$$

$$D = i \gamma^\mu \partial_\mu - \tau_a (\sigma_a + m_a + i \gamma_5 \pi_a)$$

partindo do seguinte resultado para a parte real da ação [47], ($\mathcal{T}r$ designa o traço funcional, Tr , o traço apenas sobre os índices discretos de cor, isospin e Dirac, tr reservamos para o traço apenas sobre o espaço de isospin)

$$\begin{aligned} W(\mathbb{Y}) &= -\ln|\det D| \quad (3-74) \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{dt}{t} \rho(t, \Lambda^2) \mathcal{T}r(e^{-tD^\dagger D}) \\ &= \int \frac{d^4x}{32\pi^2} \sum_{i=0}^\infty I_{i-1} Tr(a_i) \end{aligned}$$

com,

$$\begin{aligned} I_i &= \frac{1}{2} (J_i(m_t^2) + J_i(m_b^2)) \quad (3-75) \\ m &= m_o \tau_o + m_3 \tau_3 \end{aligned}$$

e,

$$\begin{cases} m_t = m_o + m_3 \\ m_b = m_o - m_3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m_3 = \frac{m_t - m_b}{2} \\ m_o = \frac{m_t + m_b}{2} \end{cases} \quad (3-76)$$

No espaço Euclidiano D é dado por,

$$D_E = i\gamma_\alpha \partial_\alpha - m - \sigma - i\gamma_5 \pi \quad (3-77)$$

O termo J_n da equação 3-75 é dado por,

$$J_i(\mu^2) = \int_0^\infty \frac{dt}{t^{2-i}} e^{-t\mu^2} \rho(t, \Lambda^2), \quad (3-78)$$

onde o regularizador, ρ , foi introduzido para lidar com as contribuições divergentes $i = 0,1,2$ na soma de $W(\mathbb{Y})$. No presente trabalho optou-se por usar uma regularização do tipo *Pauli-Villars*, [48]

$$\rho(t, \Lambda^2) = 1 - (1 + t\Lambda^2)e^{-t\Lambda^2} \quad (3-79)$$

Substituíamos $i = 0,1,2$ no termo I_{i-1} para calcular $J_i(\mu^2)$ do seguinte modo:

- Para $i = 0 \rightarrow$ resulta num termo importante para o potencial efetivo, o que não é necessário aqui no momento,
- Para $i = 1 \rightarrow I_{i-1} = I_0$, de modo que,

$$J_0(\mu^2) = \Lambda^2 - \mu^2 \ln \left(1 + \frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right) \quad (3-80)$$

sendo $\mu^2 = m_t^2$ ou m_b^2 .

- Para $i = 2 \rightarrow I_{i-1} = I_1$,

$$J_1(\mu^2) = \ln \left(1 + \frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right) - \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + \mu^2} \quad (3-81)$$

O coeficiente a_i da soma de $W(\mathbb{Y})$ relevantes para o presente trabalho são

$$a_1 = -\mathbb{Y}, \quad a_2 = \frac{\mathbb{Y}^2}{2} + \frac{1}{2}(m_t^2 - m_b^2)\tau_3\mathbb{Y}. \quad (3-82)$$

onde,

$$\mathbb{Y} = i\gamma_\mu(\partial_\mu\sigma + i\gamma_5\partial_\mu\pi) + \sigma^2 + \{m, \sigma\} + \pi^2 + i\gamma_5[\sigma + m, \pi] \quad (3-83)$$

com, $\sigma = \sigma_a\tau_a$, $\pi = \pi_a\tau_a$, $m = m_a\tau_a$ e $m_1 = m_2 = 0$.

Avaliando o traço sobre os índices discretos (cor, isospin e Dirac),

$$\begin{aligned} -Tr \mathbb{Y} &= -N_c 4 tr(\sigma^2 + \{m, \sigma\} + \pi^2) \\ &\quad + \text{contribuições eliminadas sob traços} \\ &= -4N_c(\sigma_a\sigma_b + m_a\sigma_b + m_b\sigma_a + \pi_a\pi_b)tr(\tau_a\tau_b) \end{aligned} \quad (3-84)$$

como,

$$\begin{aligned} tr(\tau_a\tau_b) &= tr \left(\frac{1}{2}[\tau_a\tau_b] + \frac{1}{2}\{\tau_a\tau_b\} \right) \\ &= tr(if_{abc}\tau_c + d_{abc}\tau_c) = tr(d_{ab0}\tau_0) = 2d_{ab0} \end{aligned} \quad (3-85)$$

tal que,

$$d_{ab0} = \begin{cases} 1 & \text{para } a = b \\ 0 & \text{para } a \neq b \end{cases} \quad (3-86)$$

logo, fazendo a substituição das eqs. (3-83) e (3-84) em (3-82), obtemos,

$$\begin{aligned} -Tr(\mathbb{Y}) &= -4N_c \cdot 2(\sigma_a^2 + 2m_a\sigma_a + \pi_a^2) \\ &= -8N_c(\sigma_a^2 + \pi_a^2 + 2m_o\sigma_o + 2m_3\sigma_3) \end{aligned} \quad (3-87)$$

Calculando agora $Tr(\tau_3\mathbb{Y})$,

$$\begin{aligned} Tr(\tau_3 \mathbb{Y}) &= Tr(\tau_3(\sigma^2 + \{m, \sigma\} + \pi^2)) + \text{termos eliminados} \\ &= 4N_c tr(\tau_3 \tau_a \tau_b)(\sigma_a \sigma_b + m_a \sigma_b + m_b \sigma_a + \pi_a \pi_b) \end{aligned} \quad (3-88)$$

sendo,

$$\begin{aligned} tr(\tau_3 \tau_a \tau_b) &= tr\left(\tau_3 \left(\frac{1}{2}[\tau_a \tau_b] + \frac{1}{2}\{\tau_a \tau_b\}\right)\right) \\ &= tr(\tau_3(if_{abc}\tau_c + d_{abc}\tau_c)) \\ &= if_{abc} tr(\tau_3 \tau_c) + d_{abc} tr(\tau_3 \tau_c) \\ &= 2(if_{3c0} + d_{3c0})(if_{abc} + d_{abc}) \\ &= 2d_{3c0}(if_{abc} + d_{abc}). \end{aligned} \quad (3-89)$$

Em seguida,

$$2m_0 m_3 Tr(\tau_3 \mathbb{Y}) = 32N_c m_0 m_3 (m_0 \sigma_3 + m_3 \sigma_0 + \sigma_0 \sigma_3 + \pi_0 \pi_3) \quad (3-90)$$

Relativamente a $Tr\left(\frac{\mathbb{Y}^2}{2}\right)$, tomamos apenas os termos até ordem quadrática nos campos, uma vez que estamos interessados apenas nos termos que conduzem à equação do *gap* e nos termos de massa dos mesões. Portanto,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} Tr \mathbb{Y}^2 &= \frac{1}{2} Tr(\{m, \sigma\}^2 + (i\gamma_5[m, \pi])^2) + \text{termos cinéticos} \\ &+ \dots, \end{aligned} \quad (3-91)$$

onde as reticências se referem a termos com potências em ordem superior à necessária nos campos.

Para a primeira parcela temos:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} (Tr(\{m, \sigma\}^2) - Tr([m, \pi]^2)) \\ &= N_c \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} tr(m\sigma m\sigma + \sigma^2 m^2 - m\pi m\pi - \pi^2 m^2) \\ &= 16N_c(m_0^2(\sigma_0^2 + \vec{\sigma}_i^2) + m_3^2(\pi_1^2 + \pi_2^2 + \sigma_0^2 + \sigma_3^2) + 4m_0 m_3 \sigma_0 \sigma_3). \end{aligned} \quad (3-92)$$

Para os termos cinéticos:

$$\frac{1}{2} Tr(i\gamma_\alpha \partial_\alpha \sigma + i\gamma_5 \partial_\alpha \pi)^2 = \frac{1}{2} \cdot N_c \cdot 4 \cdot 2 \cdot ((\partial_\alpha \sigma_a)^2 + (\partial_\alpha \pi_a)^2) \quad (3-93)$$

Sendo $\{\gamma_\alpha, \gamma_\beta\} = -2\delta_{\alpha\beta}$, com γ_α , $\alpha = 0, 1, 2, 3$.

$$tr[ABCD] = A_a B_b C_c D_d tr(\tau_a \tau_b \tau_c \tau_d) \quad (3-94)$$

onde,

$$\begin{aligned}
 & \text{tr}(\tau_a \tau_b \tau_c \tau_d) \\
 &= (if_{ab\rho} + d_{ab\rho})(if_{cdl} + d_{cdl})\text{tr}(\tau_\rho \tau_l) \\
 &= [-f_{ab\rho} f_{cdl} + d_{ab\rho} d_{cdl} + (if_{ab\rho} d_{cdl} + d_{ab\rho} f_{cdl})] 2d_{\rho l 0}
 \end{aligned} \tag{3-95}$$

Combinando agora todos os termos de Heat Kernel (até aos quadráticos nos campos) obtemos,

$$\begin{aligned}
 & W(\mathbb{Y}) \\
 &= \int \frac{d^4 x}{32\pi^2} (I_0 \text{Tr}(a_1) + I_1 \text{Tr}(a_2)) + \dots \\
 &= \int \frac{d^4 x}{32\pi^2} \{ -8N_c I_0 (2m_0 \sigma_0 + 2m_3 \sigma_3) \\
 &+ 32N_c I_1 m_0 m_3 (m_3 \sigma_0 + m_0 \sigma_3) \\
 &- 8N_c I_0 (\sigma_0^2 + \vec{\sigma}_i^2 + \pi_0^2 + \vec{\pi}_i^2) \\
 &+ 16N_c I_1 [m_0^2 (\sigma_0^2 + \vec{\sigma}_i^2) + m_3^2 (\pi_1^2 + \pi_2^2 + \sigma_0^2 + \sigma_3^2) \\
 &\quad + 6m_0 m_3 \sigma_0 \sigma_3 + 2m_0 m_3 \pi_0 \pi_3] \\
 &- 4N_c I_1 ((\partial_\alpha \sigma_a)^2 + (\partial_\alpha \pi_a)^2) \} + \dots
 \end{aligned} \tag{3-96}$$

As duas primeiras linhas no resultado final correspondem a termos lineares nos campos (que vão estar associados à equação do *gap*), a última corresponde a termos cinéticos e as restantes a termos quadráticos nos campos mesónicos. Para os termos cinéticos assumirem a forma canónica temos que renormalizar os campos

$$\tilde{\sigma}_a^2 = \frac{4\pi^2}{N_c I_1} \tilde{\sigma}_{aR}^2, \quad \tilde{\pi}_a^2 = \frac{4\pi^2}{N_c I_1} \tilde{\pi}_{aR}^2 \tag{3-97}$$

Temos agora que somar essa contribuição para a obtida após a integração sobre os campos \tilde{S}, \tilde{P} (eq. 3-70, com campos deslocados dados em 3-72) e diagonalizar de novo.

Vamos considerar o limite $m_b \rightarrow 0$. Neste caso $m_3 = m_0 = \frac{m_t}{2}$. Obtém-se que $g^{(2)} = 0$ para haver consistência entre as equações do *gap* relacionadas com os campos σ_0 e σ_3 . Passa a haver uma só equação do *gap*, eq. 3-100. Usando ainda a condição 3-27, obtém-se $g^{(3)} \rightarrow g^{(1)}$ (acoplamentos positivos). O ângulo de mistura das variáveis S, P é neste caso $\theta_S = \frac{\pi}{4}$.

- Relação entre ângulos de mistura:

$$\begin{aligned}
 \theta_S = \frac{\pi}{4}, & & \varphi_S = -\frac{\pi}{4}, & & \varphi_{S1,P2} = -\frac{\pi}{4} \\
 & & \varphi_P = \frac{\pi}{4}, & & \varphi_{P1,S2} = \frac{\pi}{4}.
 \end{aligned} \tag{3-98}$$

Onde:

- φ_s é o ângulo de mistura de σ_0, σ_3
- φ_P é o ângulo de mistura de π_0, π_3
- $\varphi_{P1,S2}$ é o ângulo de mistura de π_1, σ_2
- $\varphi_{S1,P2}$ é o ângulo de mistura de σ_1, π_2

Com $m_3 = m_0 = \frac{m_t}{2}$, obtemos modos de Goldstone para as massas das componentes pseudoescalares $\tilde{\pi}_i$ ($i=1,2,3$)

$$m_\pi^2 = -\frac{1}{8A_s} - \frac{N_c}{8\pi^2}(I_0 - 4m_0^2 I_1), \quad A_s = \frac{g^{(1)}}{4} \quad (3-99)$$

- Termo linear em $\tilde{\sigma}_0$:

$$\frac{8m_0}{2\sqrt{2}} \left(-\frac{1}{8A_s} - \frac{N_c}{8\pi^2}(I_0 - 4I_1 m_0^2) \right) = 0 \rightarrow m_\pi^2 = 0 \quad (3-100)$$

Esta expressão representa, pois, a equação do *gap*.

- Coeficiente de $\tilde{\sigma}_0^2$, que abreviaremos como $C_{\sigma_0^2}$

$$C_{\sigma_0^2} = -\frac{1}{8A_s} - \frac{N_c}{8\pi^2}(I_0 - 20I_1 m_0^2) \quad (3-101)$$

Usando a relação com o campo renormalizado (subscrito R), e a definição da massa como o dobro do coeficiente do termo quadrático no campo ($\frac{1}{2} m_{\tilde{\sigma}_{0R}}^2 \tilde{\sigma}_{0R}^2$) podemos reescrever o termo quadrático como

$$\frac{1}{2} \left(2 C_{\sigma_0^2} \frac{4\pi^2}{N_c I_1} \right) \tilde{\sigma}_{0R}^2 \quad (3-102)$$

o que permite a identificação imediata do termo entre parêntesis com a massa ao quadrado do mesão

$$m_{\tilde{\sigma}_{0R}}^2 = 2 C_{\sigma_0^2} \frac{4\pi^2}{N_c I_1} \quad (3-103)$$

Usando agora a equação do *gap* 3-100 na expressão do coeficiente quadrático temos que:

$$\begin{aligned} C_{\sigma_0^2} &= -\frac{1}{8A_s} - N_c \frac{(I_0 - 20I_1 m_0^2)}{8\pi^2} & (3-104) \\ &= -\frac{1}{8A_s} - \frac{N_c}{8\pi^2} (I_0 - 4I_1 m_0^2) + \frac{N_c}{8\pi^2} \cdot 16I_1 m_0^2 \\ &= \frac{N_c}{8\pi^2} \cdot 16I_1 m_0^2 \end{aligned}$$

(onde usámos, $-\frac{1}{8A_s} - \frac{N_c}{8\pi^2} (I_0 - 4I_1 m_0^2) = 0$) e como tal

$$\begin{aligned} m_{\tilde{\sigma}_{0R}}^2 &= \frac{N_c}{8\pi^2} \cdot 16I_1 m_0^2 \cdot \frac{4\pi^2}{N_c I_1} \cdot 2 = 16m_0^2 = 16 \frac{m_t^2}{4} = 4m_t^2 & (3-105) \\ m_{\tilde{\sigma}_{0R}} &= 2m_t \end{aligned}$$

Analogamente obtém-se para o coeficiente de $\tilde{\sigma}_3^2$

$$\frac{1}{2(C_s - 2A_s)} - \frac{N_c(I_0 + 4I_1 m_0^2)}{8\pi^2} \quad (3-106)$$

Esta expressão tende a infinito (∞) com $C_s - 2A_s$ no limite considerado (recorde-se que $A_s = \frac{g^{(1)}}{4}$ e $C_s = \frac{g^{(3)}}{2}$ e estamos a considerar $g^{(3)} \rightarrow g^{(1)}$).

Vemos que a quebra de isospin no Lagrangiano de Higgs faz com que o modo escalar $\tilde{\sigma}_3$ esteja “congelado”, isto é não contribua para a dinâmica visto ter massa infinita. O mesmo acontece com as massas das componentes escalares $\tilde{\sigma}_i$ ($i=1,2$) e a massa da componente pseudoescalar isoescalar $\tilde{\pi}_0$.

Em resumo, o modelo de Higgs composto no limite considerado conduz a três modos de Goldstone pseudoescalares, à massa do Higgs $m_{\tilde{\sigma}_{0R}} = 2m_t$ e a modos de massa infinita para os restantes campos.

4 Conclusões

4.1 Conclusão do capítulo 2

Olhando para este capítulo primeiro, podemos constatar uma abordagem específica voltada para construção de conceitos que consolidam todo um conjunto de algoritmos e equações matemáticas fundadas na base de teorias físicas em função daquilo que é de facto o objetivo e foco de discussão do tema desta tese. Assim, dos subtemas abordados neste capítulo, conclui-se que:

- A parte introdutiva deste trabalho permite efetuar um pequeno percurso histórico da ciência e da física nuclear começando com a análise da constituição da matéria, cuja ideia primária é de que ela era constituída por átomos, isto é, corpúsculos ou partículas indivisíveis, conceito que nasceu na Grécia antiga com *Leucipo de Mileto* (460 – 370 a.C.) e se desenvolveu com *Demócrito de Abdera* (470–380 a.C.), vista hoje como constituída por blocos fundamentais;
- Modelo Standard (1970-1973), uma teoria da Física de partículas que descreve as forças fundamentais forte, fraca e eletromagnética, descreve ainda as partículas fundamentais que constituem toda a matéria (TQC-consistente com a Mecânica Quântica e a Relatividade Especial);
- As partículas fundamentais são classificadas como: **Fermiões** ($s=1/2$): Leptões e Quarks; **Bosões** ($s=1$): Fotões, bosões W^\pm e Z, gluões e o **Bosão de Higgs** (que induzem a quebra espontânea de simetria dos grupos de *gauge* e são responsáveis pela existência da massa inercial);
- Em relação ao surgimento do **Bosão de Higgs** no MS, vimos que a priori, o bosão de Higgs foi previsto inicialmente em 1964 pelo físico britânico **Peter Higgs** (nascido aos 29-05-1929, Newcastle upon tyne), que trabalhou as ideias de Philip Anderson (mesmo sem condições tecnológicas na altura);
- Em 2008, entra em funcionamento o **Grande Colisor de Hádrons** (LHC), e após várias medidas, a faixa energética de procura do bosão foi se estreitando e, em Dezembro de 2011 em função da verificação dos limites energéticos que se encontravam entre as faixas (116-130 GeV “pela equipe **ATLAS**”, e entre 115-127 GeV “**CMS-Compact Muon Solenoid**”), permitiu anunciar no dia 4 de julho

de 2012 a detecção de uma partícula desconhecida, cuja massa rondava entre $m \approx 125-127 \text{ GeV}/c^2$, no entanto físicos suspeitaram na época ser o bóson de Higgs.

- E em 2013, provou-se que esta partícula interagia e decaía de acordo com as várias formas previstas pelo MS, isto para além da paridade e spin nulo que ela possui;
- O modelo standard (MS), associa um lagrangiano escalar complexo e sem estrutura interna cujo campo é:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (4-1)$$

4.2 Conclusão do capítulo 3

Este capítulo constitui o núcleo fundamental da tese, por fazer uma abordagem mais profunda dos elementos constituintes a discutir no tema “*quebra dinâmica de simetria no modelo standard para a formação de um higgs composto*”, de modo que tal permitiu concluir que:

- a interação de Yukawa, é uma interação que descreve a força nuclear forte entre nucleões (fermiões), mediada por piões (mesões pseudoescalares). Esta interação é também usada no Modelo Standard para descrever o acoplamento entre o campo de Higgs e os campos dos quarks e leptões.
- A quebra espontânea de simetria, faz com que estes fermiões ganhem massa proporcional ao valor esperado de expectativa do vácuo do campo de Higgs. Para isso é válida a equação,

$$Y = -\lambda_b \bar{Q}_L \cdot \phi b_R - \lambda_t \varepsilon^{ab} \bar{Q}_{La} \phi_b^\dagger t_R + h.c \quad (4-2)$$

- Usa-se esta interação como ponto de partida dum modelo semi-bosonizado do tipo NJL, para, através de equações de movimento, se mostrar a equivalência a um Lagrangiano de interação puramente fermiónica, codificado em $\phi^\dagger \phi$.
- A interação obtida é estática, devendo adicionar-se o termo cinético dos quarks;

Com o objetivo de se fazer uma correspondência com as variáveis auxiliares usadas frequentemente no processo de bosonização de modelos NJL, mostrou-se que $\phi^\dagger \phi$ se pode expressar em termos de campos sigma (Σ) e seu hermítico conjugado

$$\Sigma = \Sigma_a \tau_a = \frac{1}{2} (S_a - iP_a) \tau_a \quad (4-3)$$

onde foi apresentado o conteúdo de quarks das componentes Σ_a , sendo que $a = 0,1,2,3$;

- Nesta notação chega-se ao resultado final do cálculo dos termos $\phi^\dagger \phi$ (ver equação 3-43 em termos de quarks e 3-48 nas variáveis Σ), onde os termos proporcionais a $g^{(1)}$ e $g^{(2)}$ são invariantes quirais em $SU(2)$, conhecidos em extensões do modelo NJL aplicados à física hadrônica. Contudo o termo proporcional a $g^{(3)}$ carrega a “impressão digital” do SM, pois descreve uma interação que viola a simetria de isospin. Isto acontece, porque os quarks de direita pertencem no SM ao singlete de $SU(2)$ e os de esquerda ao dubleto de $SU(2)$, violando assim a simetria $SU(2)_L \times SU(2)_R$.

- Seguidamente foi introduzida a integral funcional com o principal objetivo de dar continuidade ao processo de bosonização,

$$F = \int D\bar{\psi} \int D\psi \exp \left[+i \int d^4 x \mathcal{L}(\bar{\psi}\psi) \right] \quad (4-4)$$

- onde foi introduzida a identidade funcional (ver equação 3-44) e aplicada a transformação de Fourier da função delta (δ), eq. 3-46; Esta última conduz a um outro conjunto de variáveis bosônicas auxiliares π e σ em termos das quais será dado o Lagrangiano final, resultante da integração sobre os graus de liberdade fermionicos e os campos S e P .
- Olhando para a equação 3-48 conclui-se que existe uma mistura de sabores nos campos associados ao coeficiente $g^{(3)}/2$ que não permite interpretar tais termos como termos de massa, logo é necessário diagonalizar (rodar os termos envolvidos), como por exemplo $S_0, S_3 \rightarrow \tilde{S}_0, \tilde{S}_3$, e cuja expressão diagonalizada passou a ser dada por:

$$\tilde{A}_S \tilde{S}_0^2 + \tilde{B}_S \tilde{S}_3^2 \quad (4-5)$$

- Após diagonalização de todos os termos de mistura (ver apêndice B.3), pode-se verificar uma relação entre os ângulos de mistura obtidos ($\theta_S = \theta_1 = -\theta_P = -\theta_t$)
- e os campos auxiliares rodados apresentados em resumo na tabela (2);
- Após integração Gaussiana sobre os campos nas variáveis rodadas \tilde{S} e \tilde{P} , (ver apêndice B.4), obtém-se o Lagrangiano quadrático nos campos π e σ (ver equação 3-66 em termos do angulo de mistura e 3.70 em termos dos acoplamentos); Este

resultado é o análogo ao do modelo NJL, \mathcal{L}_{aux} , dado na eq. 3-6, mas no presente caso aparece ainda uma mistura nos campos que requer diagonalização.

- As componentes σ_0 e σ_3 do campo escalar podem adquirir um valor espectável não nulo no vácuo, sendo necessário redefinir os campos $\sigma_0 \rightarrow \sigma_0 + m_0$ e $\sigma_3 \rightarrow \sigma_3 + m_3$, de modo a terem um valor expectável nulo no mínimo do potencial.
- A integração sobre os graus de liberdade fermiônicos é também Gaussiana, conduzindo à determinante sobre o inverso do propagador fermiônico com campos de fundo, que foi calculada usando a expansão de Heat Kernel e método *Proper-Time*, segundo a expressão para $W(\mathbb{Y})$ dada pela equação 3-74. As integrais que aí aparecem são divergentes e necessitam de ser regularizadas. Usou-se uma regularização do tipo Pauli-Villars. A expansão foi efetuada até ordem quadrática nos campos, resultando no Lagrangiano (3-94).
- O Lagrangiano completo até ordem quadrática nos campos é composto pela soma do resultado (3-96) e (3-70). Após diagonalização final, extraiu-se as equações do *gap* e espectro de massas.

4.3 Conclusão geral

Uma das questões em aberto no SM é a interpretação do campo Higgs, se se trata dum campo elementar como introduzido no SM, a partir dum Lagrangiano de interação quártica dum dubleto de SU(2) de componentes escalares complexas, ou se a sua origem poderá ser dinâmica.

Os resultados obtidos neste trabalho descrevem um campo de Higgs composto com estrutura de quark top – antitop, após quebra dinâmica da simetria electrofraca, à escala de 250 GeV. Neste contexto o Higgs não é um campo fundamental, e surge como consequência da formação dum condensado de top anti-top não nulo na base duma interação de quatro quarks como no modelo de Nambu e Jona-Lasinio. De facto esta ideia de Higgs composto foi discutida pelo próprio Nambu [49], e independentemente concretizada nos trabalhos subsequentes [45] [50] [51].

Um dos problemas associados a esta interpretação é que o Higgs emerge com massa igual ao dobro da massa do quark top, muito elevada em comparação com o valor empírico. O propósito do presente estudo foi apresentar uma formulação que permitisse uma extensão consistente da interação de quatro quarks para uma de oito,

pois existem trabalhos no âmbito da física hadrônica que mostram que neste caso a massa do escalar iso-escalar (o mesão sigma), que tem os mesmos números quânticos do Higgs, pode ser reduzida.

Para isso foi necessário derivar primeiro a forma da interação de quatro quarks adequada às simetrias do SM. Essa foi a essência desta tese e conduziu, na forma semi-bosonizada (ver eqs. 3-70 e 3-71) ao ponto de partida do trabalho submetido para publicação [52], eqs. 6-7 nessa referência.

Partiu-se por reconhecer que o processo de bosonização no âmbito do modelo NJL passa por introduzir variáveis auxiliares bosônicas da qual resulta uma interação do tipo Yukawa entre essas variáveis e os quarks, equivalente a nível do integral funcional às interações originais puramente fermiônicas. Deste modo foi possível usar a interação Yukawa postulada no SM que descreve a interação do campo Higgs com o dubleto de esquerda de quarks e o singleto de quarks de direita para deduzir a forma que uma interação puramente fermiônica teria, satisfazendo os requisitos de simetria do SM.

A bosonização completa do modelo é bastante técnica, complicada pela mistura de campos neutros associados ao singleto de isospin e à terceira componente da matriz Pauli de isospin, assim como mistura entre componentes de campos com carga elétrica. Não obstante foram apresentados todos os passos relevantes no capítulo 3 da tese e apêndices, que conduziram ao resultado para as equações do *gap* e espectro bosônico neste modelo. Para facilitar o procedimento, começou-se por apresentar as técnicas e resultados correspondentes para o modelo NJL convencional com simetria $U(2)_R \times U(2)_L$.

Em termos de variáveis bosônicas auxiliares, verifica-se que ocorrem três tipos de interação, duas delas com simetria quiral e uma que viola esta simetria, como seria de esperar no SM. As consequências são as seguintes:

Enquanto que no modelo NJL com simetria $U(2)_R \times U(2)_L$ surge após quebra espontânea da simetria quiral um espectro com quatro modos de Goldstone pseudoescalares e quatro escalares degenerados com massa duas vezes a massa constituinte do quark, no modelo de Higgs composto esta degenerescência cessa de existir.

Encontra-se três modos de Goldstone associados aos pseudoescalares isovetoriais (como o píon na física hadrônica), mas o pseudoescalar isoescalar adquire uma massa infinita.

Quanto aos escalares, aparece um bóson escalar isoescalar com massa igual ao dobro da massa do quark top (o Higgs deste modelo), enquanto que todos os escalares isovetores adquirem massa infinita.

Obviamente que os modos de massa infinita não contribuem para a dinâmica do SM, são modos “congelados”. Isto é consequência de no SM só o modo escalar isoescalar ter sido considerado na interação de Yukawa, e reflete-se no modelo composto através do congelamento desses graus de liberdade.

- Quanto aos modos de Goldstone, eles são necessários no SM, e aparecem na descrição de Higgs composto, mostrando a consistência das técnicas utilizadas. Como discutido no corpo da tese, os modos de Goldstone convertem-se em polarizações longitudinais dos bósons de *gauge* W e Z, quando estes adquirem massa devido à quebra espontânea da simetria.

Apêndice A Convenções e formalismo

A.1 Convenções e Notação

Para melhor compreensão dos cálculos em função das teorias aplicadas, faremos aqui algumas definições e convenções com suporte em várias fontes bibliográficas (ver [9], [12], [24] e [53]) e que facilitam de forma significativa tais cálculos. No entanto, é fundamental considerar a todo às unidades naturais,

$$\hbar = c = 1 \quad (\text{A-1})$$

onde \hbar é a constante de Planck, c é a velocidade da luz no vácuo. A unidade da energia é o mega eletrão-volt, MeV ($1MeV = 10^6 eV$). Por vezes tem sido bastante útil converter MeV para fm^{-1} , e vice-versa (Fermi é a unidade de comprimento definida por $fm = 10^{-15}m$): $1MeV^{-1} = 197fm$.

Contudo, a métrica do espaço – tempo é a métrica de Minkowski, cujo tensor é,

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad g_{\mu\nu}p^\nu = p_\mu \quad (\text{A-2})$$

Normalmente, os quadrivetores são representados por:

$$\begin{aligned} x^\mu &= (t, \vec{x}) = (t, x, y, z) \\ x_\mu &= (t, -\vec{x}) = (t, -x, -y, -z) \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

E um quadrivetor ao quadrado é, no entanto, “a soma implícita sobre índices repetidos”, dado pelo seguinte,

$$x^2 = x_\mu x^\mu = g_{\mu\nu} x^\nu x^\mu = t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \quad (\text{A-4})$$

Também é fundamental destacar as derivadas em função das coordenadas covariantes x^μ e contravariantes x_μ dada por,

$$\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla} \right) \quad (\text{A-5})$$

- **Matrizes de Dirac**

As matrizes gama na base de Dirac assumem o seguinte formato:

$$\begin{aligned} \gamma^0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & \gamma^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \gamma^2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \gamma^3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

É importante também destacar as matrizes de Dirac do tipo $\gamma^\mu = (\gamma_0, \vec{\gamma})$ que cumprem e satisfazem as seguintes relações de comutação,

$$\begin{aligned} \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2 g^{\mu\nu} \mathbb{1} \\ &\Leftrightarrow \\ \gamma_0^2 &= 1, \quad \gamma_1^2 = \gamma_2^2 = \gamma_3^2 = -1 \end{aligned} \quad (\text{A-7})$$

O conjugado Hermítico é dado por ($i = 0,1,2,3$),

$$\gamma_\mu^\dagger = \gamma_0 \gamma_\mu \gamma_0 = \begin{cases} (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0 \\ (\gamma^i)^\dagger = -\gamma^i, \end{cases} \quad (\text{A-8})$$

É também útil definir a matriz $\gamma_5 = \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$, hermítica e que anti-comuta com as matrizes γ^μ e que é a inversa de si própria,

$$\{\gamma_5, \gamma^\mu\} = 0, \quad (\gamma_5)^2 = 1. \quad (\text{A-9})$$

Na base de Dirac a matriz de γ_5 é:

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A-10})$$

- **Matrizes de Pauli**

As matrizes de Pauli são representadas por,

$$\sigma^1 = \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A-11})$$

Podemos evidenciar também as matrizes de isospin, que de forma idêntica às matrizes de spin cumprem do ponto de vista formal as relações abaixo descritas,

$$[\tau_i, \tau_j] = 2i\varepsilon_{ijk}\tau_k, \quad \{\tau_i, \tau_j\} = 2\delta_{ij} \quad (\text{A-12})$$

De modo que,

$$\tau_i\tau_j = \frac{1}{2}[\tau_i, \tau_j] + \frac{1}{2}\{\tau_i, \tau_j\} = \frac{1}{2}(2i\varepsilon_{ijk}\tau_k) + \frac{1}{2}2\delta_{ij} = i\varepsilon_{ijk}\tau_k + \delta_{ij} \quad (\text{A-13})$$

A.2 Tópicos Básicos em Teoria de Campos

O Modelo Standard por exemplo, é um modelo construído dentro da teoria do campo quântico relativista local. Isso significa que o SM obedece às regras gerais da QFT. Devemos saber que existem muitos outros modelos possíveis da QFT, e o SM é distinguido entre eles principalmente por causa das suas verificações experimentais que tem sido muito bem – sucedidas, tal como já foi referenciado no capítulo 1 deste trabalho. Além disso, uma das principais características da QT consiste ao facto de permitir construir profundamente importantes lagrangianas do SM.

Para além do tensor métrico do espaço de Minkowski referenciada no apêndice A, é importante destacar os operadores de criação e aniquilação, cuja relação de comutação obedece as seguintes propriedades,

$$\begin{aligned} [a^-(p), a^+(p')] &\equiv a^-(p)a^+(p') - a^+(p')a^-(p) = \delta(p - p') \\ [a^-(p), a^-(p')] &= [a^+(p), a^+(p')] = 0, \quad [a^\pm, b^\pm] = 0 \end{aligned} \quad (\text{A-14})$$

Os operadores de criação e aniquilação agem no espaço de *Fock*, que consiste em um estado de vácuo denotado por $|0\rangle$ e excitação. Para o estado de vácuo, é necessário considerar,

$$a^-(p)|0\rangle = 0, \quad \langle 0|a^+(p') = 0, \quad \langle 0|0\rangle = 1 \quad (\text{A-15})$$

4.3.1 Projectores quirais

Um campo fermiônico pode ser decomposto em componentes de quiralidade esquerda e direita, usando operadores de projeção dados por

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A-16})$$

onde os projetores P_L e P_R satisfazem as seguintes propriedades,

$$\begin{aligned} P_L^2 &= P_L, & P_R^2 &= P_R, & P_L + P_R &= 1, & P_L P_R &= 0, \\ \psi_L &= P_L \psi, & \psi_R &= P_R \psi, & \psi_L + \psi_R &= \psi \end{aligned} \quad (\text{A-17})$$

Analogamente às expressões correspondentes a ψ_L e ψ_R , também podemos escrever para um dubleto de isospin fermiônico $\psi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ os operadores de projeção dados por, $u_L = P_L u$ e $u_R = P_R u$. A relação de comutação de γ^μ em relação a P_L e P_R , é:

$$P_{L/R} \gamma^\mu = \gamma^\mu P_{R/L} \quad (\text{A-18})$$

No entanto, relativamente a $\bar{\psi}(L, R)$, se pode mostrar que $\bar{\psi}_L = \bar{\psi} P_R$, pela seguinte forma,

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_L &= (P_L \psi)^\dagger \gamma^0 = \psi^\dagger P_L \gamma^0 = \bar{\psi} P_R \\ \bar{\psi}_R &= \bar{\psi} P_L \end{aligned} \quad (\text{A-19})$$

O Lagrangiano de fermiões livres, também conhecido por Lagrangiano de Dirac,

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \quad (\text{A-20})$$

Podemos, pois, descrever esta lagrangiana (eq. B-8) em termos dos campos ψ_L e ψ_R , do qual resulta no seguinte,

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_L(i\gamma^\mu \partial_\mu)\psi_L + \bar{\psi}_R(i\gamma^\mu \partial_\mu)\psi_R - m\bar{\psi}_L\psi_R - m\bar{\psi}_R\psi_L \quad (\text{A-21})$$

Nesta equação B-9, podemos notar que se $m = 0$, então, os termos ψ_L e ψ_R correspondentes aos campos de esquerda e de direita desacoplam-se completamente, logo esta torna-se invariante sob transformações,

$$\psi_L \rightarrow U_L \psi_L, \quad \psi_R \rightarrow U_R \psi_R \quad (\text{A-22})$$

onde U_L e U_R são transformações do grupo $SU(2)$. Neste contexto, pode-se efetuar uma transformação nos quarks de esquerda sem, no entanto, afetar os de direita e vice-versa. Tal transformação deve ser completa, no sentido de envolver ambos os tipos de quarks, o que só é possível caso se cumpra com a forma $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$, pois esta propriedade é que realmente define o princípio da simetria quiral.

- **Determinação do conjugado hermitico da equação de interação de Yukawa**

A equação 2-1 de interação de Yukawa entre fermiões desenvolvida no capítulo 2, foi dada por,

$$\mathcal{Y} = -\lambda_b \bar{Q}_L \cdot \phi b_R - \lambda_t \varepsilon^{ab} \bar{Q}_{La} \phi_b^\dagger t_R + h.c. \quad (\text{A-23})$$

Dos quais, o conjugado hermítico (*h. c.*) dos termos constituintes podem ser calculados do seguinte modo,

$$\begin{aligned} (\bar{Q}_L)^\dagger &= (\bar{Q}P_R)^\dagger = (Q^+\gamma_0P_R)^\dagger = P_R\gamma_0Q & (\text{A-24}) \\ &= +\gamma_0P_LQ = \gamma_0Q_L \\ (\bar{Q}_L\phi b_R)^\dagger &= b_R^\dagger\phi^\dagger(\bar{Q}_L)^\dagger = b_R^\dagger(+\gamma_0)\phi^\dagger Q_L \\ &= b^\dagger P_R(+\gamma_0)\phi^\dagger Q_L = b^\dagger\gamma_0P_L\phi^\dagger Q_L \\ &= \bar{b}P_L\phi^\dagger Q_L = \bar{b}_R\phi^\dagger Q_L \\ (\varepsilon^{ab}\bar{Q}_{La}\phi_b^\dagger t_R)^\dagger &= (\bar{Q}_L \varepsilon \phi^\dagger t_R)^\dagger = t_R^\dagger \phi \varepsilon^\dagger \bar{Q}_L^\dagger \\ &= t_R^\dagger \phi \varepsilon^\dagger (+\gamma_0 Q_L) = \bar{t}_R \phi \varepsilon^\dagger Q_L \\ &= \bar{t}_R \phi_b (\varepsilon^\dagger)^{ba} Q_{La} = \bar{t}_R \phi_b \varepsilon^{ab} Q_{La} \end{aligned}$$

Após a substituição destes resultados para os termos do (h.c.) e após uma série de cálculos obteve-se a equação 3-25

$$\begin{aligned} \phi^\dagger\phi &= \frac{1}{K^2} \left(+\lambda_t^2 \left((\bar{t}_R b_L)(\bar{b}_L t_R) + (\bar{t}_R t_L)(\bar{t}_L t_R) \right) \right. & (\text{A-25}) \\ &+ \lambda_b^2 \left((\bar{b}_R t_L)(\bar{t}_L b_R) + (\bar{b}_R b_L)(\bar{b}_L b_R) \right) \\ &- \lambda_b \lambda_t \left((\bar{t}_L b_R)(\bar{b}_L t_R) + (\bar{t}_R b_L)(\bar{b}_R t_L) \right. \\ &\left. \left. - (\bar{b}_L b_R)(\bar{t}_L t_R) - (\bar{t}_R t_R)(\bar{b}_L b_R) \right) \right) \end{aligned}$$

Os coeficientes envolvidos nas interações, $\frac{\lambda_t^2}{K^2}$, $\frac{\lambda_b^2}{K^2}$ e $\frac{\lambda_b \lambda_t}{K^2}$, podem ser relacionados com os acoplamentos $g^{(i)}$ ($i = 1,2,3$) do trabalho de MTY [45],

$$\begin{cases} \frac{\lambda_t^2}{K^2} = 2(g^{(1)} + g^{(3)}) \\ \frac{\lambda_b^2}{K^2} = 2(g^{(1)} - g^{(3)}) \\ \frac{\lambda_b \lambda_t}{K^2} = -2g^{(2)} \end{cases} \quad (\text{A-26})$$

Usando estas relações obtemos a equação

$$\begin{aligned} \phi^\dagger\phi &= +2(g^{(1)} + g^{(3)}) \left((\bar{t}_R b_L)(\bar{b}_L t_R) + (\bar{t}_R t_L)(\bar{t}_L t_R) \right) & (\text{A-27}) \\ &+ 2(g^{(1)} - g^{(3)}) \left((\bar{t}_L b_R)(\bar{b}_R t_L) + (\bar{b}_L b_R)(\bar{b}_R b_L) \right) \\ &- 2g^{(2)} \left((\bar{t}_L b_R)(\bar{b}_L t_R) + (\bar{t}_R b_L)(\bar{b}_R t_L) - (\bar{b}_L b_R)(\bar{t}_L t_R) \right. \\ &\left. - (\bar{t}_R t_R)(\bar{b}_L b_R) \right) \end{aligned}$$

A.3 Método de proper-time

Para cada valor próprio positivo λ de um operador pode-se usar a representação do logaritmo

$$\ln \lambda = - \int_0^\infty \frac{dt}{t} e^{-t\lambda}, \quad \lambda > 0 \quad (\text{A-28})$$

O método *proper-time* (tempo próprio) garante a positividade do valor próprio de um operador assim como preserva a simetria quiral. Consiste em usar-se o operador $D^\dagger D$ no espaço euclidiano $D_E^\dagger D_E$ partindo da identidade válida para qualquer operador diagonalizável A , $\det(A) = e^{\text{Tr}(\ln A)}$ ou $\text{Tr}(\ln A) = \ln(\det A)$. Identificando $A = D_E^\dagger D_E$ e com $|\det D_E^\dagger| = |\det D_E|$ obtém-se $\ln |\det(D_E^\dagger D_E)| = 2 \ln |\det D_E|$ implicando

$$\text{Tr}(\ln |\det D_E|) = - \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{dt}{t} \rho(t, \Lambda^2) \text{Tr} e^{-t D_E^\dagger D_E} \quad (\text{A-29})$$

Como este integral tem contribuições divergentes deve ser regularizado, pelo que se inclui o regularizador $\rho(t, \Lambda^2)$ na expressão acima.

Apêndice B Cálculos auxiliares

B.1 Propriedades úteis de traços

Para o cálculo de traços é útil recordar algumas propriedades:

- o traço é cíclico

$$\text{tr}(ABC) = \text{tr}(CAB) = \text{tr}(BCA) \quad (\text{B-1})$$

- traços das matrizes τ_a ($\tau_0 = \mathbb{1}_2$, $\tau_i = \sigma_i$ ($i=1,2,3$))

$$\begin{aligned} \text{tr}(\tau_a \tau_b) &= 2\delta_{ab} \mathbb{1}, \text{ com } a, b = 0, 1, 2, 3 \\ \text{tr}(\tau_i \tau_j) &= 2\delta_{ij}, \text{ com } i, j = 1, 2, 3 \quad \text{e} \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq j \\ 1, & \text{se } i = j \end{cases} \\ \text{tr}(\tau_i) &= 0, \quad \text{tr}(\tau_0) = 2, \quad \text{tr}(\tau_a) = 2\delta_{a0} \end{aligned} \quad (\text{B-2})$$

- traços das matrizes γ

$$\begin{aligned}
tr(\gamma_\mu) &= tr(\gamma_5) = 0, \\
tr(\gamma_\mu \gamma_\nu) &= 4g_{\mu\nu}, \\
tr(\gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu) &= 0 \\
tr(\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\alpha \gamma_\beta) &= 4(g_{\mu\nu}g_{\alpha\beta} - g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} + g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}) \\
tr(\gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\alpha \gamma_\beta) &= -4i\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{B-3}$$

B.2 Cálculo de traços relevantes

Da expressão de MTY (ver eq. 12 em [45]), adaptado à notação adotada aqui, temos:

➤ Termo $g^{(1)}$:

$$\begin{aligned}
&g^{(1)} (\bar{\Psi}_L^i \Psi_R^j) (\bar{\Psi}_R^j \Psi_L^i) + h.c. \\
&= g^{(1)} \frac{1}{2} \Sigma_a (\tau_a)_{ji} \frac{1}{2} \Sigma_b^\dagger (\tau_b)_{ij} + h.c. \\
&= \frac{g^{(1)}}{4} \Sigma_a \Sigma_b^\dagger tr(\tau_a \tau_b) + h.c. \\
&= 2 \cdot \frac{g^{(1)}}{4} tr(\Sigma \Sigma^\dagger) \\
&= \frac{g^{(1)}}{8} tr[(S - iP)(S + iP)]
\end{aligned} \tag{B-4}$$

➤ Termo $g^{(2)}$:

$$\begin{aligned}
&g^{(2)} (\bar{\Psi}_L^i \Psi_R^j) (\tau^2)^{ik} (\tau^2)^{jl} (\bar{\Psi}_R^k \Psi_L^l) + h.c. \\
&= \frac{g^{(2)}}{4} \Sigma_a (\tau_a)_{ji} (\tau^2)^{ik} (\tau^2)^{jl} \Sigma_b (\tau^b)^{lk} + h.c. \\
&= \frac{g^{(2)}}{4} \Sigma_a \Sigma_b (\tau^a \tau^2)_{jk} (\tau^2 \tau^b)^{jk} + h.c.
\end{aligned} \tag{B.5}$$

Notando agora que,

$$\begin{aligned}
\tau_a &= \begin{pmatrix} \delta_{a0} + \delta_{a3} & \delta_{a1} - i\delta_{a3} \\ \delta_{a1} + i\delta_{a2} & \delta_{a0} - \delta_{a3} \end{pmatrix} \\
\tau_a \tau_2 &= \tau_a \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} \delta_{a1} - i\delta_{a2} & -\delta_{a0} - \delta_{a3} \\ \delta_{a0} - \delta_{a3} & -\delta_{a1} - i\delta_{a2} \end{pmatrix} \\
\tau_2 \tau_b &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \tau_b = i \begin{pmatrix} -\delta_{b1} - i\delta_{b2} & -\delta_{b0} + \delta_{b3} \\ \delta_{b0} + \delta_{b3} & \delta_{b1} - i\delta_{b2} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{B.6}$$

Daqui se tem que:

$$\begin{aligned}
& (\tau^a \tau^2)_{jk} (\tau^2 \tau^b)^{jk} \\
= & -[(\tau^a \tau^2)_{11} (\tau^2 \tau^b)_{11} + (\tau^a \tau^2)_{12} (\tau^2 \tau^b)_{12} + (\tau^a \tau^2)_{21} (\tau^2 \tau^b)_{21} \\
& + (\tau^a \tau^2)_{22} (\tau^2 \tau^b)_{22}] \\
= & -[-(\delta_{a1} - i\delta_{a2})(\delta_{b1} + i\delta_{a2}) + (\delta_{a0} + \delta_{a3})(\delta_{b0} - i\delta_{b3}) \\
& + (\delta_{a0} - \delta_{a3})(\delta_{b0} + \delta_{b3}) - (\delta_{a1} + i\delta_{a2})(\delta_{b1} - i\delta_{b2})] \\
= & -[-2(\delta_{a1}\delta_{b1} + \delta_{a2}\delta_{b2} + \delta_{a3}\delta_{b3}) + 2\delta_{a0}\delta_{b0}]
\end{aligned} \tag{B.7}$$

Usando agora este resultado podemos avaliar o termo em $g^{(3)}$ como:

$$\begin{aligned}
& \frac{g^{(2)}}{4} \Sigma_a \Sigma_b (\tau^a \tau^2)_{jk} (\tau^2 \tau^b)^{jk} + h.c \\
= & \frac{g^{(2)}}{2} \Sigma_a \Sigma_b [(\delta_{a1}\delta_{b1} + \delta_{a2}\delta_{b2} + \delta_{a3}\delta_{b3}) - \delta_{a0}\delta_{b0}] + h.c \\
= & \frac{g^{(2)}}{2} (\Sigma_1^2 + \Sigma_2^2 + \Sigma_3^2 - \Sigma_0^2 + \Sigma_1^{\dagger 2} + \Sigma_2^{\dagger 2} + \Sigma_3^{\dagger 2} - \Sigma_0^{\dagger 2}) \\
= & \frac{g^{(2)}}{4} \left(\sum_{a=0}^3 (S_a^2 - P_a^2) - 2(S_0^2 - P_0^2) \right) \\
= & \frac{g^{(2)}}{4} \text{tr}(\Sigma^2 + \Sigma^{\dagger 2}) - \frac{g^{(2)}}{2} (\Sigma_0^2 + \Sigma_0^{\dagger 2})
\end{aligned} \tag{B.8}$$

➤ Termo $g^{(3)}$:

$$\begin{aligned}
& g^{(3)} (\bar{\Psi}_L^i \Psi_R^j) (\tau^3)^{jk} (\bar{\Psi}_R^k \Psi_L^i) + h.c. \\
= & g^{(3)} \frac{1}{2} \Sigma_a (\tau_a)_{ji} (\tau^3)^{jk} \frac{1}{2} \Sigma_b^\dagger (\tau_b)_{ik} + h.c. \\
= & \frac{g^{(3)}}{4} \Sigma_a \Sigma_b^\dagger (\tau_a)_{ji} (\tau^3)^{kj} (\tau_b)_{ik} + h.c. \\
= & \frac{g^{(3)}}{4} \Sigma_a \Sigma_b^\dagger \text{tr}(\tau_a \tau_b \tau_3) + h.c. \\
= & \frac{g^{(3)}}{4} \text{tr}(\Sigma \Sigma^\dagger \tau_3) + h.c. \\
= & \frac{g^{(3)}}{16} \text{tr}[(S - iP)(S + iP) \tau_3]
\end{aligned} \tag{B-9}$$

onde,

$$\begin{aligned}
tr(\Sigma \Sigma^\dagger \tau_3) &= tr\left((\Sigma_0 \tau_0 + \Sigma_i \tau_i)(\Sigma_0^\dagger \tau_0 + \Sigma_j^\dagger \tau_j)\tau_3\right) & (B-10) \\
&= \Sigma_0 \Sigma_0^\dagger tr(\tau_3) + \Sigma_0 \Sigma_i^\dagger tr(\tau_0 \tau_i \tau_3) + \Sigma_i \Sigma_0^\dagger tr(\tau_i \tau_0 \tau_3) \\
&\quad + \Sigma_i \Sigma_j^\dagger tr(\tau_i \tau_j \tau_3) \\
&= 2(\Sigma_0 \Sigma_3^\dagger + \Sigma_3 \Sigma_0^\dagger) + 2i(\Sigma_1 \Sigma_2^\dagger - \Sigma_2 \Sigma_1^\dagger) \\
&= S_0 S_3 + P_0 P_3 - (S_1 P_2 + S_2 P_1)
\end{aligned}$$

Onde se usou,

$$\begin{aligned}
tr(\tau_3) &= 0, & tr(\tau_0 \tau_i \tau_3) &= tr(\tau_i \tau_0 \tau_3) = 2\delta_{i3}, & (B-11) \\
tr(\tau_i \tau_j \tau_3) &= 2i\varepsilon_{ij3}
\end{aligned}$$

Note-se também as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
\bar{\Psi}_{Ri} \Psi_{Lj} &= \bar{\Psi}_i P_L \Psi_j = \frac{1}{2}(\bar{\Psi}_i \Psi_j - \bar{\Psi}_i \gamma_5 \Psi_j) = \frac{1}{2}(\bar{\Psi}_i \Psi_j + i\bar{\Psi}_i i\gamma_5 \Psi_j) & (B-12) \\
&= \frac{1}{4}(S_{ji} + i P_{ji}) = \frac{1}{2}\Sigma_a^\dagger(\tau_a)_{ji} \\
\bar{\Psi}_{Li} \Psi_{Rj} &= \bar{\Psi}_i P_R \Psi_j = \frac{1}{2}(\bar{\Psi}_i \Psi_j - i\bar{\Psi}_i i\gamma_5 \Psi_j) \\
&= \frac{1}{4}(S_{ji} - i P_{ji}) = \frac{1}{2}\Sigma_a(\tau_a)_{ji}
\end{aligned}$$

onde,

$$\begin{aligned}
S_a(\tau_a)_{ij} &= 2\bar{\Psi}_j \Psi_i = S_{ij} & (B-13) \\
P_a(\tau_a)_{ij} &= 2\bar{\Psi}_j (i\gamma_5) \Psi_i = P_{ij}
\end{aligned}$$

B.3 Diagonalização

Para além da mistura de $S_0 - S_3$ diagonalizada no texto, há que diagonalizar de forma análoga as outras misturas que ocorrem na eq. 3-40.

Para os termos em P_0 e P_3 a forma quadrática é,

$$A_P P_0^2 + B_P P_3^2 + C_P P_0 P_3 \quad (B-14)$$

Onde, $A_P = \frac{g^{(1)} + g^{(2)}}{4}$, $B_P = \frac{g^{(1)} - g^{(2)}}{4}$ e $C_P = \frac{g^{(3)}}{2}$ (note-se que $A_P = B_S$, $B_P = A_S$ e $C_P = C_S$).

Rodando os campos de um ângulo θ_P temos:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\theta_P & \sin\theta_P \\ -\sin\theta_P & \cos\theta_P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{P}_0 \\ \tilde{P}_3 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} P_0 = \tilde{P}_0 \cos\theta_P + \tilde{P}_3 \sin\theta_P \\ P_3 = -\tilde{P}_0 \sin\theta_P + \tilde{P}_3 \cos\theta_P \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{B-15})$$

O ângulo de rotação pode ser escolhido de modo a eliminar o termo cruzado em $\tilde{P}_0\tilde{P}_3$ obtendo assim:

$$A_P P_0^2 + B_P P_3^2 + C_P P_0 P_3 \rightarrow \tilde{A}_P \tilde{P}_0^2 + \tilde{B}_P \tilde{P}_3^2 \quad (\text{B-16})$$

Esta escolha de ângulo corresponde a $\tilde{C}_P = 0$ ou seja:

$$\begin{aligned} 0 &= (A_P - B_P) \sin(2\theta_P) + C_P \cos(2\theta_P) \\ \Rightarrow \theta_P &= \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{C_P}{B_P - A_P} \right) = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{g^{(3)}}{g^{(2)}} \right) \end{aligned} \quad (\text{B-17})$$

Para os outros coeficientes temos:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_P &= A_P \cos^2 \theta_P + B_P \sin^2 \theta_P - C_P \sin\theta_P \cos\theta_P \\ \tilde{B}_P &= A_P \sin^2 \theta_P + B_P \cos^2 \theta_P + C_P \sin\theta_P \cos\theta_P \end{aligned} \quad (\text{B-18})$$

Comparando com as expressões anteriormente obtidas para a mistura equivalente entre os campos S_0 e S_3 podemos salientar que $\tilde{A}_P = \tilde{B}_S$, $\tilde{B}_P = \tilde{A}_S$ e $\theta_P = -\theta_S$.

Para os termos S_1 e P_2 temos a forma,

$$a_1 S_1^2 + b_1 P_2^2 + c_1 S_1 P_2 \quad (\text{B-19})$$

$$\text{onde } a_1 = \frac{g^{(1)} + g^{(2)}}{4}, b_1 = \frac{g^{(1)} - g^{(2)}}{4} \text{ e } c_1 = -\frac{g^{(3)}}{2}$$

De modo que, para obter a transformação,

$$a_1 S_1^2 + b_1 P_2^2 + c_1 S_1 P_2 \rightarrow \tilde{a}_1 \tilde{S}_1^2 + \tilde{b}_1 \tilde{P}_2^2, \quad (\text{B-20})$$

fazemos a rotação pelo ângulo

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{c_1}{(b_1 - a_1)} \right) = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{g^{(3)}}{g^{(2)}} \right) \quad (\text{B-21})$$

Os novos coeficientes são, expressos em termos dos coeficientes não rodados, dados (como antes):

$$\begin{aligned} \tilde{a}_1 &= a_1 \cos^2 \theta_1 + b_1 \sin^2 \theta_1 - c_1 \sin\theta_1 \cos\theta_1 \\ \tilde{b}_1 &= a_1 \sin^2 \theta_1 + b_1 \cos^2 \theta_1 + c_1 \sin\theta_1 \cos\theta_1 \end{aligned} \quad (\text{B-22})$$

No caso dos termos P_1 e S_2 temos a forma,

$$a_t S_2^2 + b_t P_1^2 + c_t P_1 S_2 \rightarrow \tilde{a}_t \tilde{S}_2^2 + \tilde{b}_t \tilde{P}_1^2 \quad (\text{B-23})$$

Onde $a_t = \frac{g^{(1)}+g^{(2)}}{4}$, $b_t = \frac{g^{(1)}-g^{(2)}}{4}$, $c_t = \frac{g^{(3)}}{2}$ usando o ângulo de mistura dado por

$$\theta_t = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{c_t}{b_t - a_t} \right) = -\frac{1}{2} \arctg \left(\frac{g^{(3)}}{g^{(2)}} \right) \quad (\text{B-24})$$

Temos agora: $\tilde{a}_t = \tilde{a}_1$, $\tilde{b}_t = \tilde{b}_1$ e $\theta_1 = -\theta_t$.

Ficamos, portanto, finalmente com:

$$\begin{aligned} & \phi^\dagger \phi_{diag} \\ &= \tilde{A}_S \tilde{S}_0^2 + \tilde{B}_S \tilde{S}_3^2 + \tilde{A}_P \tilde{P}_0^2 + \tilde{B}_P \tilde{P}_3^2 + \tilde{a}_1 \tilde{S}_1^2 + \tilde{b}_1 \tilde{P}_2^2 + \tilde{a}_t \tilde{S}_2^2 + \tilde{b}_t \tilde{P}_1^2 \\ &= \tilde{A}_S (\tilde{S}_0^2 + \tilde{P}_i^2) + \tilde{B}_S (\tilde{P}_0^2 + \tilde{S}_i^2) \end{aligned} \quad (\text{B-25})$$

B.4 Integração Gaussiana sobre as variáveis \tilde{S} e \tilde{P}

- a) Integração em ordem a
- \tilde{S}_0
- ,
- $\int \mathcal{D}\tilde{S}_0 e^{+i \int d^4x [\tilde{A}_S \tilde{S}_0^2 + \tilde{S}_0 \sigma_0 \cos\theta_s - \tilde{S}_0 \sigma_3 \sin\theta_s]}$
- .

O termo em parênteses retos pode ser re-escrito como

$$\tilde{A}_S \left(\tilde{S}_0 + \frac{\sigma_0 \cos\theta_s - \sigma_3 \sin\theta_s}{2\tilde{A}_S} \right)^2 - \frac{1}{4\tilde{A}_S} (\sigma_0 \cos\theta_s - \sigma_3 \sin\theta_s)^2 \quad (\text{B-26})$$

A integração do primeiro termo conduz a um constante irrelevante como tal podemos manter apenas a segunda parte

$$\begin{aligned} & \int \mathcal{D}\tilde{S}_0 e^{+i \int d^4x [\tilde{A}_S \tilde{S}_0^2 + \tilde{S}_0 \sigma_0 \cos\theta_s - \tilde{S}_0 \sigma_3 \sin\theta_s]} \\ &= \text{Const} \times e^{-i \int d^4x \left[-\frac{1}{4\tilde{A}_S} (\sigma_0^2 \cos^2\theta_s + \sigma_3^2 \sin^2\theta_s - 2\sigma_0 \sigma_3 \cos\theta_s \sin\theta_s) \right]} \end{aligned} \quad (\text{B-27})$$

- b) Em ordem a
- \tilde{S}_3
- ,
- $\int \mathcal{D}\tilde{S}_3 e^{+i \int d^4x [\tilde{B}_S \tilde{S}_3^2 + \tilde{S}_3 \sigma_0 \sin\theta_s + \tilde{S}_3 \sigma_3 \cos\theta_s]}$

O termo em parênteses retos pode ser re-escrito como:

$$\tilde{B}_S \left(\tilde{S}_3 + \frac{\sigma_0 \sin\theta_s + \sigma_3 \cos\theta_s}{2\tilde{B}_S} \right)^2 - \frac{1}{4\tilde{B}_S} (\sigma_0 \sin\theta_s + \sigma_3 \cos\theta_s)^2 \quad (\text{B-28})$$

Mais uma vez apenas será relevante a segunda parte:

$$\text{Const} \times e^{+i \int d^4x \left[-\frac{1}{4\tilde{B}_S} (\sigma_0^2 \sin^2\theta_s + \sigma_3^2 \cos^2\theta_s + 2\sigma_0 \sigma_3 \cos\theta_s \sin\theta_s) \right]} \quad (\text{B-29})$$

- c) Em ordem a
- \tilde{P}_0
- ,
- $\int \mathcal{D}\tilde{P}_0 e^{+i \int d^4x [\tilde{B}_S \tilde{P}_0^2 + \tilde{P}_0 \pi_0 \cos\theta_s + \tilde{P}_0 \pi_3 \sin\theta_s]}$
- ;

Reescrevendo integrando como:

$$\tilde{B}_S \left(\tilde{P}_0 + \frac{\pi_0 \cos\theta_s + \pi_3 \sin\theta_s}{2\tilde{B}_S} \right)^2 - \frac{1}{4\tilde{B}_S} (\pi_0 \cos\theta_s + \pi_3 \sin\theta_s)^2 \quad (\text{B-30})$$

Obtemos:

$$\text{Const} \times e^{+i \int d^4x \left[-\frac{1}{4\tilde{B}_S} (\pi_0^2 \cos^2\theta_s + \pi_3^2 \sin^2\theta_s + 2\pi_0 \pi_3 \cos\theta_s \sin\theta_s) \right]} \quad (\text{B-31})$$

- d) Em ordem a
- \tilde{P}_3
- ,
- $\int \mathcal{D}\tilde{P}_3 e^{+i \int d^4x [\tilde{A}_S \tilde{P}_3^2 + \tilde{P}_3 \pi_3 \cos\theta_s - \tilde{P}_3 \pi_0 \sin\theta_s]}$
- ;

Apenas temos que preservar o segundo termo no integrando reescrito como:

$$\tilde{A}_S \left(\tilde{P}_3 + \frac{\pi_3 \cos \theta_s - \pi_0 \sin \theta_s}{2\tilde{A}_S} \right)^2 - \frac{1}{4\tilde{A}_S} (\pi_3 \cos \theta_s - \pi_0 \sin \theta_s)^2 \quad (\text{B-32})$$

e) Em ordem a \tilde{S}_1 , $\int \mathcal{D}\tilde{S}_1 e^{+i \int d^4x [\tilde{B}_S \tilde{S}_1^2 - \tilde{S}_1 \pi_2 \sin \theta_s - \tilde{S}_1 \sigma_1 \cos \theta_s]}$:

Apenas temos que preservar o segundo termo no integrando reescrito como:

$$\tilde{B}_S \left(\tilde{S}_1 - \frac{\pi_2 \sin \theta_s - \sigma_1 \cos \theta_s}{2\tilde{B}_S} \right)^2 - \frac{1}{4\tilde{B}_S} (\pi_2 \sin \theta_s - \sigma_1 \cos \theta_s)^2 \quad (\text{B-33})$$

a) Em ordem a \tilde{S}_2 , $\int \mathcal{D}\tilde{S}_2 e^{+i \int d^4x [\tilde{B}_S \tilde{S}_2^2 + \tilde{S}_2 \pi_1 \sin \theta_s + \tilde{S}_2 \sigma_2 \cos \theta_s]}$:

Apenas temos que preservar o segundo termo no integrando reescrito como

$$\tilde{B}_S \left(\tilde{S}_2 + \frac{\pi_1 \sin \theta_s + \sigma_2 \cos \theta_s}{2\tilde{B}_S} \right)^2 - \frac{1}{4\tilde{B}_S} (\pi_1 \sin \theta_s + \sigma_2 \cos \theta_s)^2 \quad (\text{B-34})$$

b) Em ordem a \tilde{P}_1 , $\int \mathcal{D}\tilde{P}_1 e^{+i \int d^4x [\tilde{A}_S \tilde{P}_1^2 + \tilde{P}_1 \pi_1 \cos \theta_s - \tilde{P}_1 \sigma_2 \sin \theta_s]}$:

Apenas temos que preservar o segundo termo no integrando reescrito como,

$$\tilde{A}_S \left(\tilde{P}_1 + \frac{\pi_1 \cos \theta_s - \sigma_2 \sin \theta_s}{2\tilde{A}_S} \right)^2 - \frac{1}{4\tilde{A}_S} (\pi_1 \cos \theta_s - \sigma_2 \sin \theta_s)^2 \quad (\text{B-35})$$

c) Em ordem a \tilde{P}_2 , $\int \mathcal{D}\tilde{P}_2 e^{+i \int d^4x [\tilde{A}_S \tilde{P}_2^2 + \tilde{P}_2 \pi_2 \cos \theta_s + \tilde{P}_2 \sigma_1 \sin \theta_s]}$:

Apenas temos que preservar o segundo termo no integrando reescrito como,

$$\tilde{A}_S \left(\tilde{P}_2 + \frac{\pi_2 \cos \theta_s + \sigma_1 \sin \theta_s}{2\tilde{A}_S} \right)^2 - \frac{1}{4\tilde{A}_S} (\pi_2 \cos \theta_s + \sigma_1 \sin \theta_s)^2 \quad (\text{B-36})$$

Juntando todos os termos integrados de \tilde{S} e \tilde{P} resulta na equação 2-58 do capítulo 2.

5 Bibliografia

- [1] L. O. Q. Peduzzi, "Do átomo grego ao átomo de Bohr," 2008. [Online]. Available: https://www.if.ufrgs.br/~lang/Textos/Textos_Peduzzi/Atomo_grego_Bohr.pdf. [Acedido em 2019].
- [2] T. Mayer-Kuckuk, Física Nuclear, Fundação Calouste Gulbenkian, (1993).
- [3] M. d. Santos, Restauração das simetrias quiral e Axial a temperatura finita no modelo NJL, (2009).
- [4] T. Y. Cao, "Conceptual developments of 20th century field theories.," Cambridge University Press, 1998, p. 320.
- [5] M. v. Steinkirch, *O Modelo Padrão*, Instituto de Física da USP.
- [6] D. P. Menezes, Introdução à Física Nuclear e Partículas Elementares, (2002).
- [7] MissMJ, "Standard Model," (2016). [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_Model. [Acedido em 2019].
- [8] SPRACE:<http://www.sprace.org.br/sprace/>, *Introdução à Física das Altas Energias*, São Paulo Regional Analysis center.
- [9] A. Arbuzov, *Quantum Field Theory and the Electroweak Standard Model, lecture notes for the 2017 European School of High-Energy Physics*, Russia, (art. 2018).
- [10] "RHIC," Brookhaven National Laboratory, 2019. [Online]. Available: <http://www.bnl.gov/rhic/>. [Acedido em Abril 2019].
- [11] "The Large Hadron Collider," CERN-Conseil européen pour la recherche nucléaire, [Online]. Available: <http://lhc.web.cern.ch/lhc/>. [Acedido em Abril 2019].
- [12] Gordon Kane, *Modern Elementary Particle Physics*, (1993-1994).
- [13] V. Koch, *Int.J.Mod.Phys. E* 6, 203, (1997).
- [14] K. Huang, "Fundamental Forces of Nature The Story of Gauge Fields," *First Edition*, (2007).
- [15] S. Glashow, "The renormalizability of vector meson interactions." *Nucl. Phys.* 10, 107, (1959).
- [16] A. J. Salam e J. C. Ward, Weak and electromagnetic interactions, (1959).
- [17] S. Weinberg, A Model of Leptons, (1967).
- [18] S. Bais, *The Equations: Icons of knowledge*. p. 84. ISBN 0-674-01967-9., (2005).
- [19] *the Nobel Foundation. "The Nobel Prize in Physics 1979"*, Retrieved 2008.

- [20] A. Salam, "On Goldstone Fermion". *Physics Letters*. B49: 465–467, (1974).
- [21] J. Goldstone, *Nuovo cimento* 19, 164, (1961).
- [22] Y. Nambu e G. Jona-Lasinio, " Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity I," *Phys. Rev.*, vol. 122, pp. 345-358, 1961.
- [23] Y. Nambu e G. Jona-Lasinio, "Dynamical Model Of Elementary Particles Based On An Analogy With Superconductivity II," *Phys. Rev.*, vol. 124, pp. 246-254, 1961.
- [24] G. Kane, *Modern Elementary Particle Physics*, (1994).
- [25] A. Salam, "On Goldstone Fermion". *Physics Letters*. B49: 465–467, (1974).
- [26] A. D. M. Francis Halzen, *Quarks & Leptões: Na introductory course in Modern Particle Physics*, (1984).
- [27] P. W. Higgs, "Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons," *Physical Review Letters*, vol. 13, nº 6, pp. 508-509, 1964.
- [28] R. Brout e F. Englert, "Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons," *Physical Review Letters*, vol. 13, nº 9, pp. 321-323, 1964.
- [29] G. Guralnik, C. Hagen e T. Kibble, "Global Conservation Laws and Massless Particles," *Physical Review Letters*, vol. 13, nº 20, 1964.
- [30] P. Anderson, "Plasmons, Gauge Invariance, and Mass," *Physical Review*, vol. 130, pp. 439-442, 1963.
- [31] J. Incandela, "CMS Observation of a narrow resonance at 125 GeV, <https://doi.org/10.22323/1.174.0037>," em *36th International Conference on High Energy Physics (ICHEP2012)* , Melbourne, Australia, 2012.
- [32] R. Hawkins, "Higgs - ATLAS, <https://doi.org/10.22323/1.174.0006>," em *36th International Conference on High Energy Physics (ICHEP2012)*, Melbourne, Australia, 2012.
- [33] "ATLAS-Toroid," Institute of Research into the fundamental laws of the Universe, 2019. [Online]. Available: http://irfu.cea.fr/en/Phocea/Vie_des_labos/Ast/ast_technique.php?id_ast=2225. [Acedido em 2019].
- [34] "What is CMS?," CERN, [Online]. Available: <http://cms.web.cern.ch/news/what-cms>. [Acedido em 2019].
- [35] Atlas, G. Aad e e. al, "ATLAS Collaboration, The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider, DOI: 10.1088/1748-0221/3/08/S08003," *JINST*, vol. 3, (2008)..
- [36] CMS, Chatrchyan, S. e e. al., "The CMS experiment at the CERN LHC, DOI: 10.1088/1748-0221/3/08/S08004," *JINST*, vol. 3, (2008).

- [37] CMS Collaboration, *A new boson with a mass of 125 GeV observed with the CMS Experiment at the Large Hadron Collider. Science* 338, 1569, (2012).
- [38] M. Della Negra, P. Jenni e T. S. Virdee, *Journey in the search for the Higgs Boson: The ATLAS and CMS experiments at the Large Hadron Collider. Science* 338, 1560, (2012).
- [39] G. B. Apolinário, *Quebra espontânea de simetria, o modelo de Salam-Weinberg e o bóson de Higgs*, (2016) .
- [40] S. Chatrchyan, *Study of the Mass and Spin-Parity of the Higgs Boson Candidate via Its Decays to Z Boson-CMS-HIG*, Art. 2012.
- [41] S. Chatrchyan, *Study of the Mass and Spin-Parity of the Higgs Boson Candidate via Its Decays to Z Boson-CMS-HIG*, Art. 2012.
- [42] A. D. M. Francis Halzen, *Quarks & Leptões: introductory course in Modern Particle Physics*, (1984).
- [43] S. Pokorski, *Gauge field theories*, 2nd edition, cap. 2.5, Cambridge University Press.
- [44] C. Itzykson e J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, (1980).
- [45] V. Miransky, M. Tanabashi e K. Yamawaki, "Dynamical Electroweak symmetry breaking," *PHYSICS LETTERS B*, vol. Volume 221, nº 2, pp. 177-183, 1989.
- [46] P. Bicudo, M. Cardoso, M. M. Correia, S. Martins, R. Monteiro e J. E. Santos, *Mecânica Quântica*, 2ª edição, Lisboa: IST Press, 2017.
- [47] A. A. Osipov e B. Hiller, "Inverse Mass Expansion of the One-Loop Effective Action, e-Print help-th/0104165," *Physis. Lett. B*, vol. 515, pp. 458-462, 2001.
- [48] W. Pauli e F. Villars, "On the invariant regularization in relativistic quantum theory," *Review of Modern Physics*, vol. 21, nº 3, p. 434, 1949.
- [49] Y. Nambu, "Quasisupersymmetry, bootstrap symmetrybreaking and fermion masses," em *Proc. of 1988 Int. Workshop New Trends in Strong Coupling Gauge Theories*, Nagoya, Japan, Aug 24-27 (1988), 1988.
- [50] W. A. Bardeen, C. T. Hill e M. Lindner, "Minimal dynamical symmetry breaking of the standard model," *Physical Review D*, vol. 41, nº 5, p. 1647, 1990.
- [51] C. T. Hill, "Quark and lepton masses from renormalization-group fixed points," *Physical Review D*, vol. 24, nº 3, p. 691, 1981.
- [52] A. A. Osipov, B. Hiller, A. H. Blin, F. Palanca, J. Moreira e M. Sampaio, "Top condensation model: a step towards the correct prediction of the Higgs mass, arXiv:1906.09579v1 [hep-ph]".
- [53] D. G. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, Wiley-VCH, 2008.

